

TUYÊN QUANG

QUỐC GIA THPT NĂM HỌC 2023 – 2024

Thời gian: **180** phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề này có 01 trang)

Câu 1 (5,0 điểm). Cho hai số thực a, b thỏa mãn: $0 < a \leq 1$ và $0 < b \leq \frac{3}{2}$. Xét các dãy số

thực $(x_n), (y_n)$ xác định bởi:
$$\begin{cases} x_1 = y_1 > 0, x_2 = y_2 > 0 \\ 4x_{n+2} = ax_{n+1} + bx_n \\ 4y_{n+2} = y_{n+1} + \frac{3}{2}y_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Câu 2 (5,0 điểm). Tìm tất cả các giá trị của $a \in \mathbb{R}^*$ để tồn tại hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn

$$f(x+y+f(y))=f(f(x))+ay; \forall x,y \in \mathbb{R}.$$

Câu 3 (5,0 điểm). Cho đa giác đều $A_1A_2...A_{24}$. Mỗi đỉnh của đa giác $A_1A_2...A_{24}$ được gán một trong các số $1, 2, 3, ..., 11$. Chứng minh rằng tồn tại một hình chữ nhật $A_iA_jA_kA_l$ thỏa mãn $m_i + m_j = m_k + m_l$, trong đó m_i, m_j, m_k, m_l lần lượt là các số gán với các đỉnh A_i, A_j, A_k, A_l .

Câu 4 (5,0 điểm). Cho dãy số (u_n) xác định bởi:
$$\begin{cases} u_0 = 0, u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 4u_{n+1} + u_n, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

a) Chứng minh rằng u_n chia hết cho 5 khi và chỉ khi n chia hết cho 5.

b) Tìm tất cả các giá trị của n để u_n chia hết cho 5^{2023} .

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay trong khi làm bài.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....