

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Gồm 08 câu, 01 trang)

Môn: TOÁN
Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 17/12/2022

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1 (3,0 điểm)

Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = mx - m$ cắt đồ thị $(\mathcal{C})$ của hàm số $y = -x^3 + (m+1)x^2 - m$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho OA, OB, OC là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông (O là gốc tọa độ)?

Câu 2 (5,0 điểm)

a) Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $\log_2(x^2 + 1) + 6 = 2^{2y} - 4x^2 + 2y$?

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{x+y} = 3 \\ 4xy + 4(x^2 + y^2) + \frac{3}{(x+y)^2} = 7 \end{cases}$$
 trên tập số thực.

Câu 3 (2,0 điểm)

Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau. Tính xác suất để lấy được số có dạng $abcdefg$, trong đó $a < b < c < d$ và $d > e > f > g$.

Câu 4 (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp thỏa mãn $R[2(a+b)-c] = ab\sqrt{3}$. Chứng minh tam giác ABC đều.

Câu 5 (2,0 điểm)

Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{5P_{n-1} \cdot C_n^1}{A_{n+2}^n}, n \in \mathbb{N}^*$. Tính $\lim(u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n)$.

Câu 6 (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(0; 1)$, M là trung điểm của cạnh AB . Hình chiếu vuông góc của đỉnh D lên đường thẳng CM là điểm $K(2; 3)$. Tìm tọa độ đỉnh C biết điểm M thuộc đường thẳng $d: x + 2y - 2 = 0$.

Câu 7 (2,0 điểm)

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB, CD và E, F là hai điểm lần lượt thuộc hai cạnh SB, SC .

a) Khi $ES = EB$ và $SC = 3SF$, hãy tính theo a thể tích của khối đa diện $BCNMEF$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đường gấp khúc $MEFN$ theo a .

Câu 8 (2,0 điểm)

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2 \leq x \leq 3$ và $2 \leq y \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x+4y}{x^2+5y+11} + \frac{y+4x}{y^2+5x+11} + \frac{4}{9(x+y-1)}.$$

----- HẾT -----

* Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay;

* Giám thị không giải thích gì thêm.