

Bài 1. a) Khử căn ở mẫu số của biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$.

b) Cho a, b, c là các số nguyên thỏa mãn $\frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x^3} = x$ với $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Tính giá trị của biểu thức $B = 2a + b + c$.

Bài 2. 1) Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 26 = 5y - 14z \\ 55 - 2x = 7y - z \end{cases}$.

a) Giải hệ phương trình khi $z = -2$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của $P = xy$.

2) Cho hai hàm số $y = x^2$ và $y = 3ax - a^2$ (a là tham số khác 0). Chứng minh rằng đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm, gọi hai giao điểm đó là $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$.

Tìm các giá trị của a để $y_1 + y_2 = 28$.

Bài 3. a) Cho m, n lần lượt là hai nghiệm của phương trình $x^2 - x - 2024 = 0$.

Tính giá trị của biểu thức $S = n^3 + m^2 - 2024n$.

b) Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho n vừa là tổng của 5 số tự nhiên liên tiếp vừa là tổng của 7 số tự nhiên liên tiếp.

Bài 4. a) Cho tam giác ABC vuông tại B có $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $AB = 6\text{cm}$. Vẽ tia Bx sao cho $\widehat{xBC} = 30^\circ$ cắt đường thẳng AC tại D (C nằm giữa A và D). Tính khoảng cách từ D đến đường thẳng AB .

b) Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Biết rằng $2MN = AB - CD$. Chứng minh rằng AD vuông góc với BC .

Bài 5. Quan sát biểu đồ ở dưới đây. Hãy so sánh điểm trung bình kiểm tra môn Toán của nhóm học sinh A và nhóm học sinh B. Bằng lý luận toán học, hãy chỉ ra nhóm nào làm bài tốt hơn nhóm còn lại?

