

SỞ GD&ĐT SƠN LA**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT****NĂM HỌC 2020 – 2021****Môn thi: TOÁN CHUYÊN****Ngày thi: 23/7/2020****ĐỀ CHÍNH THỨC**

(Đề thi có 01 trang)

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề**Câu 1. (2,0 điểm)**

a) Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{2019}{1-\sqrt{2020}} + \frac{2021+\sqrt{2020}}{\sqrt{2020}} - \frac{\sqrt{1+\frac{2}{\sqrt{2020}}+\frac{1}{2020}}}{1+\sqrt{2020}}.$

b) Giải phương trình: $x + \sqrt{4-x^2} = 2.$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho Parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 4mx - m - 3$ (m là tham số).

a) Tìm m để Parabol (P) cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm m để Parabol (P) cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt có hoành độ cùng nhỏ hơn 1.

Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x(4x+y)(x+4) = 6 \\ x^2 + 8x + y = -5 \end{cases}.$$

Câu 4. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O), từ điểm A ngoài đường tròn vẽ đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại B và C ($AB < AC$). Qua A vẽ đường thẳng không đi qua tâm O cắt đường tròn tại D và E ($AD < AE$). Đường thẳng vuông góc với AB tại A, cắt đường thẳng CE tại F.

a) Chứng minh rằng tứ giác ABEF nội tiếp đường tròn.

b) Gọi M là giao điểm thứ hai của FB với đường tròn (O), chứng minh $DM \perp AC$.

c) Chứng minh: $CE.CF + AD.AE = AC^2$.

Câu 5. (1,0 điểm)

a) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức: $P = \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc}.$

b) Chứng minh rằng: $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} > 5.$

Câu 6. (1,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. M là điểm chính giữa cung AB, C là một điểm trên nửa đường tròn. AC cắt MO tại D. Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MCD luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi C di động trên nửa đường tròn.

-----Hết-----

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

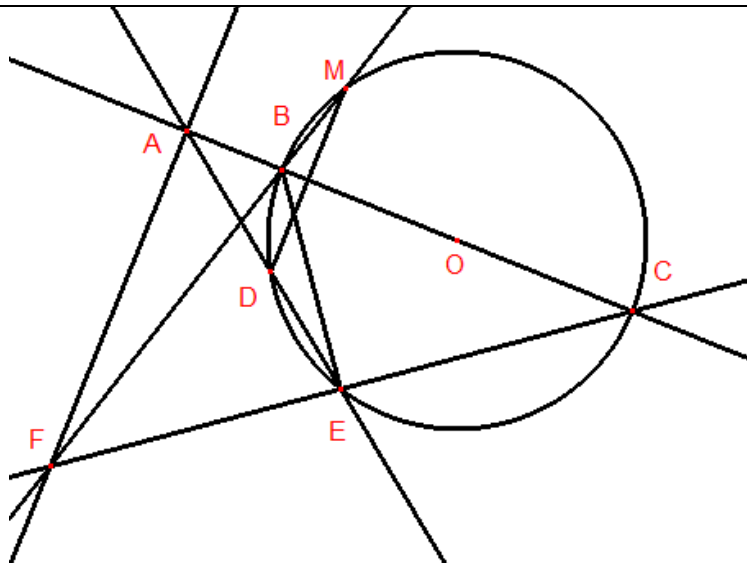
Liên hệ tài liệu word toán SĐT và zalo: 039.373.2038

SỞ GD&ĐT SƠN LA**ĐỀ CHÍNH THỨC****(HDC có 06 trang)**

HƯỚNG DẪN CHẤM
KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn: TOÁN CHUYÊN

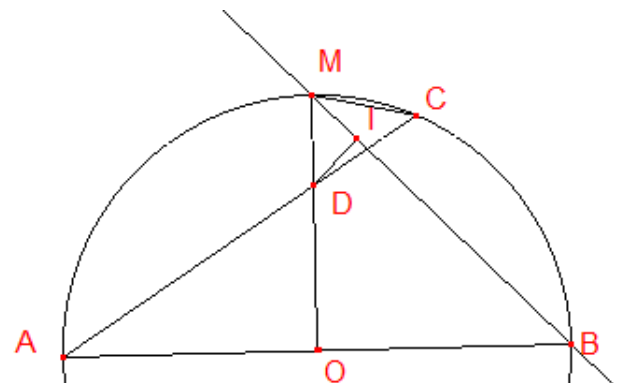
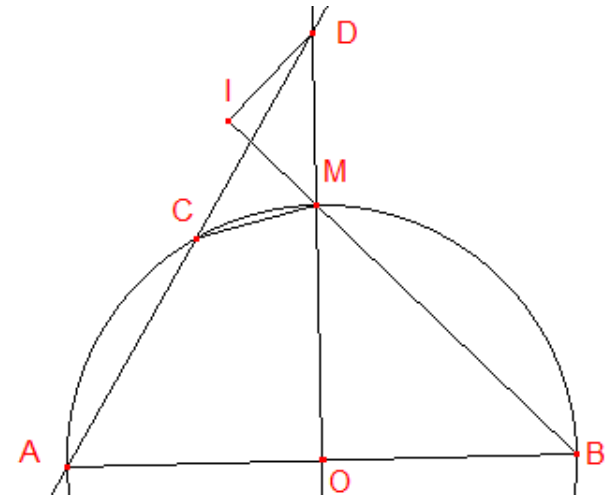
Câu	Đáp án	Điểm
1	a) Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{2019}{1-\sqrt{2020}} + \frac{2021+\sqrt{2020}}{\sqrt{2020}} - \frac{\sqrt{1+\frac{2}{\sqrt{2020}}+\frac{1}{2020}}}{1+\sqrt{2020}}.$ b) Giải phương trình: $x + \sqrt{4-x^2} = 2$.	
	a) Ta có: $A = \frac{2019}{1-\sqrt{2020}} + \frac{2021+\sqrt{2020}}{\sqrt{2020}} - \frac{\sqrt{\left(1+\frac{1}{\sqrt{2020}}\right)^2}}{1+\sqrt{2020}}.$	0,25
	$= \frac{2019}{1-\sqrt{2020}} + \frac{2021+\sqrt{2020}}{\sqrt{2020}} - \frac{1}{\sqrt{2020}}$	0,25
	$= \frac{2019}{1-\sqrt{2020}} + \frac{2020+\sqrt{2020}}{\sqrt{2020}}$ $= \frac{2019}{1-\sqrt{2020}} + \sqrt{2020} + 1$	0,25
	$= 0$	0,25
	b) Ta có: $x + \sqrt{4-x^2} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} = 2-x$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 4-x^2 = (2-x)^2 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x(x-2) = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25
2	Cho Parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng d: $y = 4mx - m - 3$ a) Tìm m để Parabol (P) cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt.	

	b) Tìm m để Parabol (P) cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt có hoành độ cùng nhỏ hơn 1.	
	a) (P) cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt. $\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2 - 4mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow 4m^2 - m - 3 > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -\frac{3}{4} \end{cases} (*)$	0,25
	b) Với điều kiện (*) thì Parabol (P) cắt d tại hai điểm phân biệt. Khi đó, parabol (P) cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 cùng nhỏ hơn 1. $\Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \\ x_1 + x_2 < 2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0 \\ x_1 + x_2 < 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} (m + 3) - 4m + 1 > 0 \\ 4m < 2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{4}{3} \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}$ $\Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$	0,25
	Kết hợp với điều kiện (*) ta được: parabol (P) cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 cùng nhỏ hơn 1 khi $m < -\frac{3}{4}$.	0,25
3	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x(4x + y)(x + 4) = 6 \\ x^2 + 8x + y = -5 \end{cases}$.	
	Ta có: $\begin{cases} x(x + 4)(4x + y) = 6 \\ x^2 + 8x + y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 + 4x)(4x + y) = 6 \\ (x^2 + 4x) + (4x + y) = -5 \end{cases}$	0,25
	Vậy $x^2 + 4x$ và $4x + y$ là 2 nghiệm của phương trình:	0,25

	$X^2 + 5X + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X = -2 \\ X = -3 \end{cases}$	
	+) Với $\begin{cases} x^2 + 4x = -2 \\ 4x + y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \pm \sqrt{2} \\ y = -4x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -2 + \sqrt{2} \\ y = 5 - 4\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2 - \sqrt{2} \\ y = 5 + 4\sqrt{2} \end{cases} \end{cases}$	0,25
	+) Với $\begin{cases} x^2 + 4x = -3 \\ 4x + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -3 \\ y = 10 \end{cases} \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm $(x; y)$ là: $(-2 + \sqrt{2}; 5 - 4\sqrt{2})$, $(-2 - \sqrt{2}; 5 + 4\sqrt{2})$, $(-1; 2)$, $(-3; 10)$.	
4	Cho đường tròn (O), từ điểm A ngoài đường tròn vẽ đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại B và C ($AB < AC$). Qua A vẽ đường thẳng không đi qua tâm O cắt đường tròn tại D và E ($AD < AE$). Đường thẳng vuông góc với AB tại A, cắt đường thẳng CE tại F. a) Chứng minh rằng tứ giác $ABEF$ nội tiếp đường tròn. b) Gọi M là giao điểm thứ hai của FB với đường tròn (O), chứng minh $DM \perp AC$. c) Chứng minh: $CE.CF + AD.AE = AC^2$.	
		0,25
	a) Ta có $FAB = 90^\circ$, Vì $AF \perp AB$, $BEC = 90^\circ$	0,25

	tứ giác $ABEF$ có $FAB + BEF = 180^\circ$ Suy ra tứ giác $ABEF$ nội tiếp.	0,5
	b) Ta có $AFB = AEB$ bằng $\frac{1}{2}$ số cung AB (của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABEF$) Mặt khác $AEB = BMD$ bằng $\frac{1}{2}$ số cung BD (của đường tròn tâm O) Do đó $AFB = BMD \Rightarrow AF \parallel DM$ mà $AF \perp AC \Rightarrow DM \perp AC$.	0,5 0,5
	c) Xét tam giác ACF và tam giác ECB $\triangle ACF \sim \triangle ECB (g.g) \Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{CF}{BC} \Rightarrow CE.CF = AC.BC \quad (1)$ $\triangle ABD \sim \triangle AEC (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD.AE = AB.AC \quad (2)$ $(1) + (2) \Rightarrow AD.AE + CE.CF = AC(AB + BC) = AC^2.$ Vậy $CE.CF + AD.AE = AC^2$ (đpcm)	0,5 0,5
5	a) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc}$. b) Chứng minh rằng: $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} > 5.$	
	a) Áp dụng BĐT: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$. Ta có $\frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} = \frac{1}{c} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq \frac{4}{c(a+b)}$.	
	Mặt khác $\frac{4}{c(a+b)} \geq \frac{4}{\left(\frac{a+b+c}{2} \right)^2} = 1$ (vì $4c(a+b) \leq (a+b+c)^2 \Leftrightarrow c(a+b) \leq \left(\frac{a+b+c}{2} \right)^2$)	0,25

	Vậy $\frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} \geq 1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} = 1$	0,25
	Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $c = 2, a = b = 1$.	
	b) Đặt $S_1 = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}}$ Xét biểu thức $S_2 = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$.	0,25
	Ta có $S_1 + S_2 = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$ $S_1 + S_2 = \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{121} - \sqrt{120} = \sqrt{121} - 1 = 10$	
	Mặt khác dễ dàng chứng minh được: $\frac{1}{\sqrt{2k}+\sqrt{2k-1}} > \frac{1}{\sqrt{2k}+\sqrt{2k+1}}, \forall k \geq 1, k \in \mathbb{N}$ $\Rightarrow S_1 > S_2.$ Vậy $S_1 > 5$, hay $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} > 5. (\text{đpcm}).$	0,25
6	Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. M là điểm chính giữa cung AB, C là một điểm trên nửa đường tròn. AC cắt MO tại D. Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MCD luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi C di động trên nửa đường tròn.	

	Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MDC, xảy ra hai khả năng Trường hợp 1. Điểm C nằm trên cung nhỏ BM  Ta có $MID = 2.MCD = 90^\circ$. Lại có $IM = ID$ nên tam giác MID vuông cân tại I, do đó $DMI = 45^\circ$, hay $OMI = 45^\circ = OMB$. Suy ra M, I, B thẳng hàng nên I thuộc BM cố định	0,5
	Trường hợp 2. Điểm C nằm trên cung nhỏ AM  Tương tự ta có $MID = 2.MCD = 90^\circ$. Mà $IM = ID$ nên tam giác MID vuông cân tại I, do đó $DMI = 45^\circ \Rightarrow IMO = 135^\circ$. Mặt khác $OMB = 45^\circ$ nên $IMB = IMO + OMB = 180^\circ$. Suy ra ba điểm I, M, B thẳng hàng, hay I thuộc BM cố định.	0,5