

Câu 1 (7,0 điểm).

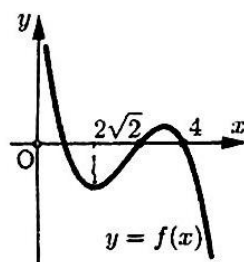
a) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = f(x) = x^6 - 5x^3 + mx + 2$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} y^4 - 16y^2 + 15 = 2x(3y^2 - 4x - 17) \\ (y^2 + 2x - 15)(\sqrt{5x+1} - \sqrt{y^2 + x + 3}) = 14 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của

hàm số $g(x) = \left[f(\sqrt{x} + \sqrt{8-x}) \right]^2$.



b) Trong quá trình truy vết lịch sử tiếp xúc của bệnh nhân Covid-19 ở một trường học, trung tâm y tế xác định được 3 giáo viên và một số học sinh có sự liên quan đến bệnh nhân đó. Người ta chọn ngẫu nhiên 10 người trong số các giáo viên và học sinh liên quan để làm xét nghiệm gộp. Biết rằng xác suất để trong 10 người được chọn có 3 giáo viên bằng 6 lần xác suất trong 10 người được chọn đều là học sinh. Tính xác suất để trong 10 người được chọn làm xét nghiệm có nhiều nhất 2 giáo viên.

Câu 3 (1,5 điểm). Cho a, b, c là các số thực không âm thay đổi thỏa mãn điều kiện

$\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+2b} + \sqrt{1+2c} = 5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a^3 + b^3 + c^3$.

Câu 4 (6,0 điểm). Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và

$B_1A \perp (ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (B_1CD) và $(A_1B_1C_1D_1)$ bằng α , với $\cot \alpha = \frac{1}{2}$. Gọi M là

trung điểm của CD , E là trung điểm của B_1M .

a) Tính thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

b) Gọi F là điểm thuộc đường thẳng DD_1 sao cho $EF \perp AC$. Tính độ dài đoạn EF và cosin góc giữa hai mặt phẳng (AEM) và (AEF) .

Câu 5 (1,5 điểm). Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M nằm trong tứ diện. Qua M dựng các mặt phẳng $(\alpha) // (BCD), (\beta) // (ACD), (\gamma) // (ABD)$ và $(\mu) // (ABC)$. Biết (α) cắt AB tại E , (β) cắt BC tại F , (γ)

cắt CD tại P , (μ) cắt AD tại Q . Chứng minh $\sqrt{\frac{EA}{EB}} + \sqrt{\frac{FB}{FC}} + \sqrt{\frac{PC}{PD}} + \sqrt{\frac{QD}{QA}} \geq 4\sqrt{3}$.

.....Hết.....

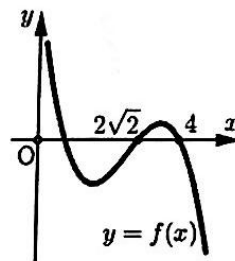
Câu 1 (7,0 điểm).

a) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + mx + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 1 = 2(\sqrt{y} - \sqrt{x+1} - x) \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y-3} + x - y = 2 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(\sqrt{x} + \sqrt{8-x})$.



b) Trong quá trình truy vết lịch sử tiếp xúc của bệnh nhân Covid-19 ở một trường học, trung tâm y tế xác định được 3 giáo viên và 13 học sinh có sự liên quan đến bệnh nhân đó. Người ta chọn ngẫu nhiên 10 người trong số giáo viên và học sinh liên quan để làm xét nghiệm gộp. Tính xác suất để trong 10 người được chọn làm xét nghiệm có nhiều nhất 2 giáo viên.

Câu 3 (1,5 điểm). Cho a, b, c là các số thực không âm thay đổi thỏa mãn điều kiện

$\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+2b} + \sqrt{1+2c} = 5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a^3 + b^3 + c^3$.

Câu 4 (6,0 điểm). Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và $B_1A \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm CD , góc giữa đường thẳng B_1M và mặt phẳng $(A_1B_1C_1D_1)$ bằng α , với $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

a) Tính thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng B_1M và A_1C_1 .

Câu 5 (1,5 điểm). Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M nằm trong tứ diện. Qua M dựng các mặt phẳng $(\alpha) \parallel (BCD), (\beta) \parallel (ACD), (\gamma) \parallel (ABD)$ và $(\mu) \parallel (ABC)$. Biết (α) cắt AB tại E , (β) cắt BC tại F , (γ)

cắt CD tại P , (μ) cắt AD tại Q . Chứng minh $\sqrt{\frac{EA}{EB}} + \sqrt{\frac{FB}{FC}} + \sqrt{\frac{PC}{PD}} + \sqrt{\frac{QD}{QA}} \geq 4\sqrt{3}$.

.....Hết.....

Họ và tên thí sinh.....

Số báo danh.....

Chú ý: Thí sinh không được phép sử dụng máy tính bỏ túi.