

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÔN : TOÁN

Thời gian làm bài : 180 phút

Ngày thi : 19/12/2023

(Đề thi gồm có 01 trang)

Bài 1 (3,0 điểm).

1. Giải phương trình $\sin^2 x + \sin x + 3 \sin 2x = (\sin x + \cos x)^2 - \cos x(\cos x + \sqrt{3})$.
2. Gọi S là tập hợp tất cả ước nguyên dương của số $a = 648000$. Chọn ngẫu nhiên hai phần tử khác nhau của S . Tính xác suất để hai số được chọn đều không chia hết cho 3.

Bài 2 (3,5 điểm). Giải các phương trình sau:

1. $3x^3 - 10x^2 + 11x - 3 = 3\sqrt[3]{\frac{x^2 + x - 3}{3}}$.
2. $4\log_2^2 x + x \log_2(x+2) = 2\log_2 x \cdot [x + \log_2(x+2)]$.

Bài 3 (5,5 điểm).

1. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cot x - 3}{\cot x + m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.
2. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = -3x + m$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để (d) cắt (C) tại hai điểm A, B và (d) lần lượt cắt trục hoành, trục tung tại hai điểm C, D mà diện tích tam giác OCD gấp đôi diện tích tam giác OAB (trong đó O là gốc tọa độ).
3. Với hai số thực a, b thay đổi trên đoạn $[1; 3]$, tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 96 \cdot \sqrt{\frac{ab}{a^2 + ab + b^2}}$.

Bài 4 (5,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O và $AB = 2a, AD = a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của OA . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, AD . Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là 45° .

1. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
2. Cho điểm Q trên đoạn thẳng SA mà $QS = 2QA$. Tính thể tích khối đa diện $ABCNQM$.
3. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SN, CM .

Bài 5 (3,0 điểm).

1. Tìm tất cả bộ hai số thực (x, y) thỏa mãn đẳng thức $x^{\log_2 x} + 4^y + (x-5)2^{y+1} + 57 = 18x$.
2. Cho ba số thực x, y, z không âm sao cho không có hai số nào cùng bằng 0. Chứng minh rằng

$$(x+y+z)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{x^2y + y^2z + z^2x} \right) + \frac{36}{x+y+z+1} \geq \frac{63}{4}.$$

-----HẾT-----

Lưu ý : Thí sinh được sử dụng máy tính cầm tay.

Họ và tên thí sinh : ; Số báo danh :

Chữ ký của CBCTh số 01 :