

Câu 1: (3,0 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $\cos 2x - 5 \sin x + \sqrt{3} \sin 2x - 5\sqrt{3} \cos x + 8 = 0$.

b) $(x-3)\sqrt{1+x} - x\sqrt{4-x} = 2x^2 - 6x - 3$.

Câu 2: (3,0 điểm)

a) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	8	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Tìm các điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x + m}$ đồng biến trên $[1; +\infty)$.

Câu 3: (3,0 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(1; 2)$, đường trung tuyến và đường phân giác trong hạ từ đỉnh B lần lượt có phương trình $d: 2x - 3y = 2$, $d_1: 9x - 3y = 16$. Tìm tọa độ đỉnh C của tam giác ABC .

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a . Biết $SA = SB = SC = a$. Đặt $SD = x$ ($0 < x < a\sqrt{3}$).

a) Tính số đo góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ khi $x = a$.

b) Tính x theo a sao cho tích $AC \cdot SD$ lớn nhất.

Câu 5: (3,0 điểm)

a. Cho đa giác đều có 24 đỉnh, chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của (H) . Tính xác suất để 4 đỉnh chọn được tạo thành một hình chữ nhật nhưng không phải là hình vuông.

b. Cho $P(x) = (1 + 4x + 3x^2)^{13}$. Xác định hệ số của x^3 trong khai triển $P(x)$ theo lũy thừa của x .

Câu 6: (3,0 điểm)

Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = \sqrt{3u_n^2 + 2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

a) Xác định số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

b) Tính tổng $S = u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_{2020}^2$.

Câu 7: (2,0 điểm)

Cho hai số thực thay đổi x, y với $x > 0$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{xy^2}{(x^2 + 3y^2)(x + \sqrt{x^2 + 12y^2})}.$$

_____ **HẾT** _____