

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NINH
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn thi: TOÁN – BẢNG A

Thời gian: 150 phút

Ngày thi: 06/03/2024

Bài 1. a) Cho biểu thức $P = x^5 - 2x^4 - 7x^3 - 2x^2 + 4x + 15$. Tính giá trị của P khi $x = \frac{-7}{\sqrt{9+4\sqrt{2}}}$.

b) Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $abc = 1$ và $a - \frac{1}{a} + b - \frac{1}{b} + c - \frac{1}{c} = 0$.

Chứng minh rằng $(a-1)(b-1)(c-1) = 0$.

Bài 2. a) Giải phương trình $x^2 - 3x + 2 = \sqrt{4x - 2}$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 - xy - x + 5y = 2 \\ 3x^2 - 2y^2 = 1 \end{cases}$$

Bài 3. a) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $5x^2 + y^2 - 4xy - 2y + 1 = 0$

b) Cho a, b, c là các số nguyên thỏa mãn $6a^2 + 7b^2 = 15c^2$.

Chứng minh rằng abc chia hết cho 98.

Bài 4. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng $DH \cdot DA = DE \cdot DF$.

b) Tia FE cắt đường tròn (O) tại N. Chứng minh rằng OA vuông góc với EF và AN là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ECN.

c) Gọi I và J lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC và AH, IJ cắt EF tại P, AH cắt EF tại Q. Chứng minh rằng DFEI và BQPC là các tứ giác nội tiếp.

Bài 5. Trên bảng viết 2024 số tự nhiên liên tiếp 1, 2, 3, ..., 2023, 2024. Người ta thực hiện trò chơi như sau: Mỗi lần xóa đi hai số a, b bất kì trên bảng rồi lại viết lên bảng số mới có giá trị bằng $ab - a - b + 2$. Cứ tiếp tục như vậy cho đến khi trên bảng chỉ còn lại một số. Tìm số còn lại cuối cùng trên bảng.