

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI: TOÁN - THCS

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề thi có 01 trang, gồm 5 câu)

Câu I (4,0 điểm).

1. Cho biểu thức: $A = \left(2 - \frac{2\sqrt{xy} + 1}{1 + \sqrt{xy}} + \frac{1}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{2\sqrt{x}}{1 - xy} \right) : \left(\frac{\sqrt{xy} - \sqrt{x}}{\sqrt{xy} + 1} - \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{x}}{\sqrt{xy} - 1} \right)$.

(với $x > 0, y > 0, xy \neq 1$). Rút gọn biểu thức A.

2. Cho a là số thực thỏa mãn: $a^3 - a - 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức:

$$B = a\sqrt{2a^6 - 4a^4 + 4a^2 + 3a} - \sqrt{2a^2 + 3a + 2}$$

Câu II (4,0 điểm).

1. Giải phương trình: $\sqrt[3]{x^3 + 5x^2} - 1 = \sqrt{\frac{5x^2 - 2}{6}}$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2y^2 + 3x + 3y - 3 = 0 \\ x^3y - 4x^2y - 3xy^2 + 2xy - x^2 + x = 0 \end{cases}$$

Câu III (4,0 điểm).

1. Giải phương trình nghiệm nguyên: $y = \sqrt[3]{2 + \sqrt{x}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{x}}$

2. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $3^n - 1$ chia hết cho 2^{2024} .

Chứng minh rằng $n \geq 2^{2022}$.

Câu IV (6,0 điểm).

Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng $2\sqrt{3}$ và đường cao AH . Trên đoạn BH lấy điểm M tùy ý (M không trùng B, H). Gọi P, Q lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ M đến AB, AC .

1. Chứng minh giá trị của biểu thức $MP + MQ$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm M .

2. Gọi K là trung điểm của AM .

a. Chứng minh rằng tứ giác $PKQH$ là hình thoi.

b. Gọi S là diện tích của hình thoi $PKQH$. Biết khi điểm M thay đổi thì S nhận đúng một giá trị nguyên dương. Tìm giá trị nguyên dương đó.

3. Vẽ đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABM . Gọi D, E, F theo thứ tự là tiếp điểm của (O) với các cạnh BM, AB, AM . Vẽ DN vuông góc với EF tại N . Chứng minh

$$BNE = MNF.$$

Câu V (2,0 điểm).

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{a + b + 1}{a^3 + b^3 + 1} + \frac{b + c + 1}{b^3 + c^3 + 1} + \frac{c + a + 1}{c^3 + a^3 + 1}$

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh; Số báo danh

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA**

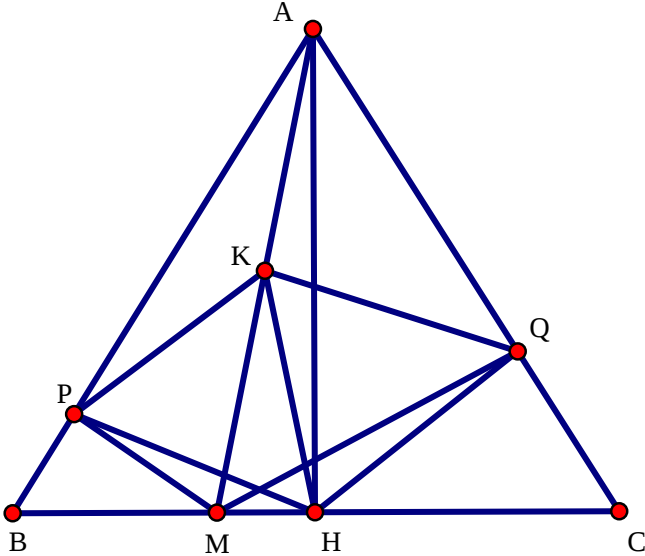
**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2024-2025
ĐÁP ÁN, THANG ĐIỂM CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Môn thi: TOÁN - THCS
(Hướng dẫn chấm gồm 08 trang)**

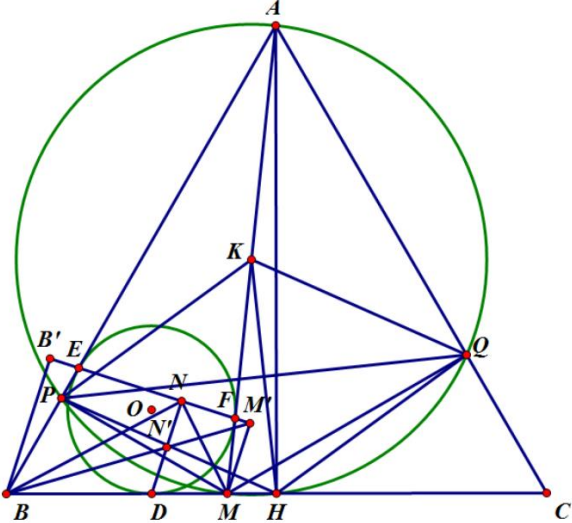
Câu	NỘI DUNG	Điểm
Câu I	1. Cho biểu thức : $A = \left(2 - \frac{2\sqrt{xy} + 1}{1 + \sqrt{xy}} + \frac{1}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{2\sqrt{x}}{1 - xy} \right) : \left(\frac{\sqrt{xy} - \sqrt{x}}{\sqrt{xy} + 1} - \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{x}}{\sqrt{xy} - 1} \right)$ Rút gọn biểu thức A.	2,0
	Ta có : $A = \left(2 - \frac{2\sqrt{xy} + 1}{1 + \sqrt{xy}} + \frac{1}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{2\sqrt{x}}{1 - xy} \right) : \left(\frac{\sqrt{xy} - \sqrt{x}}{\sqrt{xy} + 1} - \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{x}}{\sqrt{xy} - 1} \right)$ $A = \left(\frac{2(1 + \sqrt{xy}) - 2\sqrt{xy} - 1}{1 + \sqrt{xy}} + \frac{1}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{2\sqrt{x}}{1 - xy} \right) : \left(\frac{(\sqrt{xy} - \sqrt{x})(\sqrt{xy} - 1) - (\sqrt{xy} + \sqrt{x})(\sqrt{xy} + 1)}{(\sqrt{xy} + 1)(\sqrt{xy} - 1)} \right)$ $= \left(\frac{1}{1 + \sqrt{xy}} + \frac{1}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{2\sqrt{x}}{1 - xy} \right) : \frac{xy - \sqrt{xy} - x\sqrt{y} + \sqrt{x} - xy - \sqrt{xy} - x\sqrt{y} - \sqrt{x}}{xy - 1}$	1,0
	$= \frac{1 - \sqrt{xy} + 1 + \sqrt{xy} + 2\sqrt{x}}{1 - xy} \cdot \frac{xy - 1}{-2x\sqrt{y} - 2\sqrt{xy}} = \frac{2 + 2\sqrt{x}}{1 - xy} \cdot \frac{1 - xy}{2\sqrt{xy}(\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{\sqrt{xy}}$	0,75
	TL: Vậy $A = \frac{1}{\sqrt{xy}}$ với $x > 0, y > 0, xy \neq 1$.	0,25
	2. Cho a là số thực thỏa mãn: $a^3 - a - 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức: $B = a\sqrt{2a^6 - 4a^4 + 4a^2 + 3a} - \sqrt{2a^2 + 3a + 2}.$	2,0
	$B = a\sqrt{2a^6 - 4a^4 + 4a^2 + 3a} - \sqrt{2a^2 + 3a + 2} = a\sqrt{2a^2 + 3a + 2(a^3 - a)^2} - \sqrt{2a^2 + 3a + 2}$ $B = (a - 1)\sqrt{2a^2 + 3a + 2} \quad (1)$	0,5
	$B^2 = (a - 1)^2 \cdot (2a^2 + 3a + 2) = (a^2 - 2a + 1) \cdot (2a^2 + 3a + 2) = 2a^4 - a^3 - 2a^2 - a + 2$ $= (2a - 1)(a^3 - a - 1) + 1 = 1. \quad (2)$	0,5
	Vì $a(a^2 - 1) = 1$ nên $a \neq 0$.	0,25

Câu	NỘI DUNG	Điểm
	Nếu $a < 0$ thì $a(a^2 - 1) = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 1 < 0 \\ a + 1 = a^3 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 < a < 1 \\ a < -1 \end{cases}$. vô lí	
	Do đó $a > 0$. Suy ra: $a^3 = a + 1 > 1 \Rightarrow a > 1 \Rightarrow a - 1 > 0 \Rightarrow B > 0$ (3). Từ (1), (2), (3) suy ra: $B = 1$.	0,25
Câu II	1. Giải phương trình $\sqrt[3]{x^3 + 5x^2} - 1 = \sqrt{\frac{5x^2 - 2}{6}}$.	2,0
	ĐKXD: $x^2 \geq \frac{2}{5}$ (*)	0,25
	Đặt $t = \sqrt{\frac{5x^2 - 2}{6}}$ ($t \geq 0$). Suy ra $5x^2 = 6t^2 + 2$	0,25
	$\sqrt[3]{x^3 + 5x^2} - 1 = t \Rightarrow x^3 + 6t^2 + 2 = (t + 1)^3 \Leftrightarrow x^3 = (t - 1)^3 \Leftrightarrow x = t - 1 \Leftrightarrow t = x + 1$	0,5
	$\sqrt{\frac{5x^2 - 2}{6}} = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \frac{5x^2 - 2}{6} = (x + 1)^2 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + 12x + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -6 + 2\sqrt{7}$.	0,25
	So sánh với điều kiện (*) thì phương trình có nghiệm là $x = -6 + 2\sqrt{7}$	0,25
	2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2y^2 + 3x + 3y - 3 = 0 & (1) \\ x^3y - 4x^2y - 3xy^2 + 2xy - x^2 + x = 0 & (2) \end{cases}$	2.0
	Lấy phương trình (2) cộng với phương trình (1) theo vế, ta có: $x^2y^2 + 3x + 3y - 3 + x^3y - 4x^2y - 3xy^2 + 2xy - x^2 + x = 0$ $\Leftrightarrow (x^3y + x^2y^2 - x^2y) - (x^2 + xy - x) - (3x^2y + 3xy^2 - 3xy) + (3x + 3y - 3) = 0$ $\Leftrightarrow x^2y(x + y - 1) - x(x + y - 1) - 3xy(x + y - 1) + 3(x + y - 1) = 0$	0.5 0,5
	$\Leftrightarrow (x + y - 1)(x^2y - 3xy - x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x^2y - 3xy - x + 3 = 0 \end{cases}$	0.25
	Với $x + y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 - x$ thế vào (1) $\Leftrightarrow x^2(1 - x)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 1 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$	0.25
	Với $x^2y - 3xy - x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(xy - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \\ xy - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{y} \end{cases}$	

Câu	NỘI DUNG	Điểm
	Khi $x=3$ thế vào (1) $\Leftrightarrow 9y^2 + 3y + 6 = 0$ (vô nghiệm)	0.25
	Khi $x = \frac{1}{y}$ thế vào (1) $\Leftrightarrow 3y^2 - 2y + 3 = 0$ (vô nghiệm)	
	Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là $S = \{(0;1), (1;0)\}$	0.25
	Chú ý: Nếu học sinh trình bày bài làm như sau: Từ phương trình (2) suy ra: $x^3y - 4x^2y - 3xy^2 + 2xy - x^2 + x = 0$ $x(x^2y - 4xy - 3y^2 + 2y - x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2y - 4xy - 3y^2 + 2y - x + 1 = 0 \end{cases}$ Với $x = 0$ thay vào phương trình (1) được $y = 1$. Với $x^2y - 4xy - 3y^2 + 2y - x + 1 = 0$ Đến đây nếu học sinh không giải tiếp được thì cho 0,75 điểm	
Câu III	1) Giải phương trình nghiệm nguyên: $y = \sqrt[3]{2+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{x}}$ (1)	2,0
	ĐKXD: $x \geq 0$	0,25
	Nhận thấy: $\sqrt[3]{2+\sqrt{x}} > \sqrt[3]{-2+\sqrt{x}}$ nên	
	$y = \sqrt[3]{2+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{x}} > \sqrt[3]{-2+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow y > 0$	0,25
	Lập phương 2 vế của (1) ta được: $y^3 = 4 + 3(\sqrt[3]{2+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{x}})\sqrt[3]{4-x} \Rightarrow y^3 = 4 + 3.y.\sqrt[3]{4-x}$ $\Rightarrow \sqrt[3]{4-x} = \frac{y^3 - 4}{3y} \text{ (vì } y > 0 \text{) (2)}$	0,75
	Vì $x \geq 0$ nên $\sqrt[3]{4-x} = \frac{y^3 - 4}{3y} \leq \sqrt[3]{4}$ $\Rightarrow y^3 \leq 3y\sqrt[3]{4} + 4 \Leftrightarrow y^3 - 3y\sqrt[3]{4} \leq 4 \Leftrightarrow y(y^2 - 3\sqrt[3]{4}) \leq 4 (*)$	0,25

Câu	NỘI DUNG	Điểm
	Nếu $y \geq 3$ thì $y(y^2 - 3\sqrt[3]{4}) \geq 3.(9 - 3\sqrt[3]{4}) > 4$ mâu thuẫn với (*) Do đó $y < 3$ kết hợp với $y > 0$ ta được $y \in \{1; 2\}$ vì y nguyên	0,25
	+) Xét $y = 2$. Thay vào (2) ta được: $\sqrt[3]{4-x} = \frac{2}{3}$ (vô lý, vì $x \in \mathbb{Z}$) +) Xét $y = 1$. Thay vào (2) ta được: $\sqrt[3]{4-x} = -1 \Leftrightarrow x = 5$ Thử lại ta thấy $x = 5$ và $y = 1$ thoả mãn bài toán Vậy phương trình có nghiệm: $(x; y) = (5; 1)$	0,25
	2. Cho số n nguyên dương thỏa mãn $3^n - 1$ chia hết cho 2^{2024}. Chứng minh rằng $n \geq 2^{2022}$	2,0
	Vì $n > 0$ nên ta đặt $n = 2^k \cdot m$ ($k; m \in \mathbb{N}; m$ lẻ) Ta có: $3^n - 1 = (3^{2^k})^m - 1 = (3^{2^k} - 1) \left((3^{2^k})^{m-1} + (3^{2^k})^{m-2} + \dots + 3^{2^k} + 1 \right)$	0,25
	Do m lẻ nên tổng $(3^{2^k})^{m-1} + (3^{2^k})^{m-2} + \dots + 3^{2^k} + 1$ có lẻ số hạng nên tổng đó là số lẻ	0,25
	Do đó $3^n - 1 : 2^{2024} \Leftrightarrow 3^{2^k} - 1 : 2^{2024}$	0,25
	Ta lại có: $3^{2^k} - 1 = (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^{2^2}+1)(3^{2^3}+1) \dots (3^{2^{k-1}}+1)$ $= 2^3 \cdot (3^2+1)(3^{2^2}+1)(3^{2^3}+1) \dots (3^{2^{k-1}}+1)$	0,25
	Với $a \in \{1; 2; 3; \dots; k-1\}$, ta có $3^{2^a} + 1 = \left[(3^{2^{a-1}})^2 - 1 \right] + 2 = (3^{2^{a-1}} - 1)(3^{2^{a-1}} + 1) + 2$	0,25
	Vì $3^{2^{a-1}} - 1$ và $3^{2^{a-1}} + 1$ là các số chẵn nên tích chia hết cho 4. Do đó $3^{2^a} + 1$ chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 4	0,25
	$\Rightarrow (3^2+1)(3^{2^2}+1)(3^{2^3}+1) \dots (3^{2^{k-1}}+1) : 2^{k-1}$	0,25

Câu	NỘI DUNG	Điểm
	$\Rightarrow 2^3(3^2+1)(3^{2^2}+1)(3^{2^3}+1).....(3^{2^{k-1}}+1):2^{k+2}$ $\Rightarrow 3^n-1:2^{k+2}$	
	Đề $3^n-1:2^{2024}$ thì $2^{k+2}:2^{2024} \Rightarrow k+2 \geq 2024$ $\Rightarrow k \geq 2022 \Rightarrow n = 2^k.m \geq 2^k \geq 2^{2022}$ Vậy ta có điều phải chứng minh	0,25
Câu IV	Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng $2\sqrt{3}$ và đường cao AH. Trên đoạn BH lấy điểm M tùy ý (M không trùng B, H). Gọi P, Q lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ M đến AB, AC. 1. Chứng minh giá trị của biểu thức $MP + MQ$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm M. 2. Gọi K là trung điểm của AM. a. Chứng minh rằng tứ giác $PKQH$ là hình thoi. b. Gọi S là diện tích của hình thoi $PKQH$. Biết khi điểm M thay đổi thì S nhận đúng một giá trị nguyên dương. Tìm giá trị nguyên dương đó. 3. Vẽ đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABM. Gọi D, E, F theo thứ tự là tiếp điểm của (O) với các cạnh BM, AB, AM. Vẽ DN vuông góc với EF tại N. Chứng minh $BNE = MNF$.	
		
	1. Trong $\triangle BMP$ vuông ở P , ta có: $MP = MB \cdot \sin MBP = MB \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} MB$	0,5
	Tương tự, ta chứng minh được: $MQ = \frac{\sqrt{3}}{2} MC$.	0,5
	$\Rightarrow MP + MQ = \frac{\sqrt{3}}{2} (MB + MC) = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{3} = 3$ không phụ thuộc vào vị trí	1,0

Câu	NỘI DUNG	Điểm
	của điểm M .	
	2a. Do $APM = AQM = AHM = 90^\circ$ nên theo tính chất đường trung tuyến của tam giác vuông, ta có $KP = KQ = KH = \frac{1}{2}AM$ (1).	0,5
	Trong ΔPKH cân ở K có $PKH = 2PAH = 2BAH = 2.30^\circ = 60^\circ$. Vậy ΔPKH đều $\Rightarrow HP = HK$ (2). Tương tự, là chứng minh được ΔQKH đều $\Rightarrow HQ = HK$ (3).	0,5
	Từ (1), (2) và (3) ta được $HP = PK = KQ = QH = HK = \frac{1}{2}AM$ nên tứ giác $PKQH$ là hình thoi.	0,25
	2b. Ta có $S = S_{PKQH} = 2S_{PKH} = 2.KH^2 . \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}KH^2 = \frac{\sqrt{3}}{8}AM^2 > \frac{\sqrt{3}}{8}AH^2 = \frac{9\sqrt{3}}{8}$ $S = S_{PKQH} = \frac{\sqrt{3}}{8}AM^2 < \frac{\sqrt{3}}{8}AB^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 1,95 \approx \frac{9\sqrt{3}}{8} < S < \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2,60 \Rightarrow S = 2$	0,25 0,5
3.		
	Gọi B', M' lần lượt là hình chiếu của B, M lên EF. Gọi N' là giao điểm của DN và BM' Khi đó do $BB' // DN // MM'$ nên Áp dụng định lý Talet trong các $\Delta BMM'$; $\Delta M'BB'$ ta có $\left. \begin{array}{l} \frac{MD}{DB} = \frac{M'N'}{N'B} \\ \frac{M'N'}{N'B} = \frac{M'N}{NB'} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{BD}{DM} = \frac{B'N}{NM'} \quad (4)$	0,5
	Xét $\Delta BB'E$ và $\Delta MM'F$, ta có: $BB'E = MM'F = 90^\circ$ $BEB' = AEF = AFE$ (ΔAEF cân tại F do $AE = AF$ theo tính chất	0,25

Câu	NỘI DUNG	Điểm
	tiếp tuyến) = $MF \cdot M'$ Vậy $\triangle BB'E \sim \triangle MM'F (g.g) \Rightarrow \frac{B'E}{M'F} = \frac{BE}{MF} = \frac{BD}{DM}$ (5) (do $BE = BD ; MF = MD$ theo tính chất tiếp tuyến) Từ (4) và (5), ta được $\frac{B'N}{NM'} = \frac{B'E}{M'F} = \frac{B'N - B'E}{NM' - M'F} = \frac{EN}{FN}$ Xét $\triangle BNE$ và $\triangle MNF$, ta có: $\frac{BEN}{MFN} = \frac{B'E}{M'F} = \frac{B'N}{NM'} = \frac{EN}{FN}$ Vậy $\triangle BNE \sim \triangle MNF (c.g.c) \Rightarrow BNE = MNF (\text{ĐPCM})$	0,25 0,5 0,5
Câu V	Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{a + b + 1}{a^3 + b^3 + 1} + \frac{b + c + 1}{b^3 + c^3 + 1} + \frac{c + a + 1}{c^3 + a^3 + 1}$ Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho giả thiết ta được $a + b + c = \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$ Mặt khác áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki dạng phân thức cho giả thiết ta được $a + b + c = \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq \frac{(a + b + c)^2}{ab + bc + ca} \Rightarrow ab + bc + ca \geq a + b + c \geq 3$ Áp dụng bất đẳng thức Bnhiacopxki ta có $(a^3 + b^3 + 1)(a + b + 1) \geq (a^2 + b^2 + 1)^2 \geq \frac{(a + b + 1)^2 (a^2 + b^2 + 1)}{3}$ Do đó ta được $\frac{a + b + 1}{a^3 + b^3 + 1} \leq \frac{3}{a^2 + b^2 + 1}$ Hoàn toàn tương tự ta thu được $P \leq \frac{3}{a^2 + b^2 + 1} + \frac{3}{b^2 + c^2 + 1} + \frac{3}{c^2 + a^2 + 1}$	2,0 0,25 0,5

Câu	NỘI DUNG	Điểm
	Ta sẽ chứng minh $\frac{1}{a^2 + b^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + c^2 + 1} + \frac{1}{c^2 + a^2 + 1} \leq 1$ Thật vậy, bất đẳng thức trên được viết lại thành $\frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 + 1} + \frac{b^2 + c^2}{b^2 + c^2 + 1} + \frac{c^2 + a^2}{c^2 + a^2 + 1} \geq 2$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki dạng phân thức ta được $\frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 + 1} + \frac{b^2 + c^2}{b^2 + c^2 + 1} + \frac{c^2 + a^2}{c^2 + a^2 + 1} \geq \frac{\left(\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2}\right)^2}{2(a^2 + b^2 + c^2) + 3}$ Phép chứng minh sẽ hoàn tất nếu ta chỉ ra được $\left(\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2}\right)^2 \geq 4(a^2 + b^2 + c^2) + 6$ $\Leftrightarrow \sqrt{(a^2 + b^2)(b^2 + c^2)} + \sqrt{(b^2 + c^2)(c^2 + a^2)} + \sqrt{(c^2 + a^2)(a^2 + b^2)} \geq a^2 + b^2 + c^2 + 3$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta được $\sqrt{(a^2 + b^2)(b^2 + c^2)} \geq b^2 + ac$ Áp dụng tương tự ta được $\sqrt{(a^2 + b^2)(b^2 + c^2)} + \sqrt{(b^2 + c^2)(c^2 + a^2)} + \sqrt{(c^2 + a^2)(a^2 + b^2)} \geq a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca$ Mà từ giả thiết ta được $ab + bc + ca \geq 3$. Do vậy ta được $\sqrt{(a^2 + b^2)(b^2 + c^2)} + \sqrt{(b^2 + c^2)(c^2 + a^2)} + \sqrt{(c^2 + a^2)(a^2 + b^2)} \geq a^2 + b^2 + c^2 + 3$ Vậy bất đẳng thức được chứng minh. Suy ra giá trị lớn nhất của P là 3. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$.	0,25

Chú ý:

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.
- Để giải các dạng bài tập Hình Học trong đề thi học sinh chỉ sử dụng kiến thức đến tại thời điểm thi. Bài Hình nếu không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không cho điểm.
- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.

----- HẾT -----