

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 30 tháng 9 năm 2023

Thời gian làm bài: 180 phút

Câu I (4,0 điểm)

Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2m-1)x^2 - 12mx$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực.

1) Khi $m = 1$, viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến cắt các trục Ox , Oy lần lượt tại hai điểm phân biệt M và N sao cho $ON = 24OM$.

2) Tìm tất cả các giá trị của m để (C_m) có hai điểm cực trị nằm về hai phía so với trục hoành.

Câu II (3,0 điểm)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + \sqrt{x^2 + x} = y(\sqrt{y^2 + 1} + y) \\ \sqrt{2x^2 - 3y^2 + 7} + x = 2\sqrt{3x - 5} + 3 \end{cases}, \text{ với } x, y \in \mathbb{R}.$$

Câu III (3,0 điểm)

Xét tập hợp S gồm tất cả các bộ số $(x; y; z)$ với x, y, z là các số nguyên dương không lớn hơn 30.

1) Hỏi có bao nhiêu bộ số $(x; y; z)$ thuộc tập hợp S thỏa mãn $x + y + z = 5$?

2) Lấy ngẫu nhiên một bộ số $(a; b; c)$ từ tập hợp S . Tính xác suất để lấy được bộ số thỏa mãn $a + b + c < 30$.

Câu IV (4,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , biết $SA = 3$ và tam giác SBC là tam giác đều có cạnh bằng 4.

1) Tính số đo của góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) .

2) Cho điểm I xác định bởi $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Xét mặt phẳng (α) thay đổi đi qua trung điểm của đoạn thẳng SI và cắt các tia SA, SB, SC lần lượt tại các điểm M, N, P (với M, N, P không trùng với S). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{4}{SM^2} + \frac{9}{SN^2} + \frac{16}{SP^2}$.

Câu V (4,0 điểm)

Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = \frac{6u_n}{\sqrt{11u_n + 9} + 3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

1) Chứng minh dãy số (u_n) là dãy số giảm.

2) Với mỗi số nguyên dương n , đặt $S_n = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2$. Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

Câu VI (2,0 điểm)

Xét a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b = 3(1 - c)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = abc(a^2 + b^2 + 9c^2)$.

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi thứ nhất:

Họ tên, chữ kí cán bộ coi thi thứ hai: