

Học sinh làm cả phần trắc nghiệm và tự luận vào tờ giấy thi, ghi rõ mã đề thi vào bên cạnh từ
Bài làm trên tờ giấy thi.

Câu 1: Trắc nghiệm (2,0 điểm, mỗi ý 0,25 điểm).

- Tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m+1)x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là
A. $m \geq -1$. B. $m > 0$. C. $m > -1$. D. $m \geq 0$.
- Cho tam giác ABC vuông cân tại A , biết $BC = 8\text{cm}$. Diện tích tam giác ABC bằng
A. 16cm^2 . B. 8cm^2 . C. 64cm^2 . D. 32cm^2 .
- Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn, giả sử số đo góc $BAC = 50^\circ$ thì số đo góc BDC là
A. 40° . B. 100° . C. 130° . D. 50° .
- Biết $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$. Khi đó giá trị biểu thức $x_0 + y_0$ là
A. $\frac{3}{2}$. B. 3. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.
- Cho đường tròn có bán kính bằng 2, chu vi của đường tròn đó là
A. 2. B. 2π . C. 4π . D. 4.
- Tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = 2x + m$ cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt là
A. $m < 1$. B. $m \geq -1$. C. $m > -1$. D. $m \leq 1$.
- Tổng các nghiệm của phương trình $x - 3\sqrt{x} + 2 = 0$ là
A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.
- Biểu thức $P = \sqrt{4 - 2x}$ có nghĩa khi
A. $x \leq 2$. B. $x \leq -2$. C. $x \geq -2$. D. $x \geq 2$.

Câu 2 (1,5 điểm).

- Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left(x - \frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} \right)$, với $x > 0, x \neq 1$.
- Giải phương trình $\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-2} = 2x-4$.
- Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2y^2 + xy - 3x + 3y = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$.

Câu 3 (1,5 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$. Chứng minh các bất đẳng thức sau đây:

- a) $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$;
 b) $\frac{3}{x^2 + y^2 + z^2} + x^2 + y^2 + z^2 \geq 4$;
 c) $xy + yz + zx \geq 3\sqrt{xyz}$.

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC không cân, có ba góc nhọn và $AB < AC$. Đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với ba cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F . Lấy S trên đường thẳng EF sao cho $AS \parallel BC$, gọi $DI \cap AS = H$.

- a) Chứng minh rằng 5 điểm A, F, I, E, H nằm trên cùng một đường tròn và đường thẳng HI là phân giác của FHE .
 b) Gọi $DI \cap EF = K$. Đường thẳng đi qua K và song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại P, Q . Chứng minh rằng tam giác IPQ cân và đường thẳng AK đi qua trung điểm của BC .
 c) Kẻ DI cắt lại đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ ở T . Chứng minh rằng $ST \perp AD$.

Câu 5 (2,0 điểm).

- a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn phương trình $x^2 + 5x + 6y + 3xy + 1 = 0$.
 b) Cho biết Định lý Fermat nhỏ: “Cho số nguyên tố p . Nếu số nguyên x không chia hết cho p thì $x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$, hay là $x^{p-1} - 1 \vdots p$ ”.
 1) Chứng minh rằng với mọi số nguyên a thì $a^5 - a \vdots 5$.
 2) Cho hai số nguyên a, b . Gọi $p = 4k + 3$ ($k \in \mathbb{Z}$) là số nguyên tố và p là ước của $a^2 + b^2$. Chứng minh rằng p là ước chung của a và b .
 c) Cho tập hợp S gồm 2023 điểm trên mặt phẳng sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng, không có bốn điểm nào nằm trên cùng một đường tròn. Chứng minh rằng tồn tại ba điểm A, B, C thuộc tập S sao cho: bên trong đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ có đúng 674 điểm của tập S .

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
 LẠNG SƠN**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
 NĂM HỌC 2023 – 2024**

Môn thi: Toán (dành cho lớp chuyên)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề thi gồm có 02 trang, 05 câu

Mã đề 235

Học sinh làm cả phần trắc nghiệm và tự luận vào tờ giấy thi, ghi rõ mã đề thi vào bên cạnh từ Bài làm trên tờ giấy thi.

Câu 1: Trắc nghiệm (2,0 điểm, mỗi ý 0,25 điểm).

1. Biểu thức $P = \sqrt{1-x}$ có nghĩa khi
 A. $x \leq -1$. B. $x \geq -1$. C. $x \leq 1$. D. $x \geq 1$.
2. Tổng các nghiệm của phương trình $x - 4\sqrt{x} + 3 = 0$ là
 A. 3. B. 2. C. 10. D. 4.
3. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , biết $BC = 6\text{ cm}$. Diện tích tam giác ABC bằng
 A. 9 cm^2 . B. 18 cm^2 . C. 6 cm^2 . D. 36 cm^2 .
4. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn, giả sử số đo góc $BAC = 60^\circ$ thì số đo góc BDC là
 A. 150° . B. 60° . C. 30° . D. 120° .
5. Cho đường tròn có bán kính bằng 5, chu vi của đường tròn đó là
 A. 10. B. 10π . C. 25π . D. 25.
6. Tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m+2)x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là
 A. $m \geq 0$. B. $m \geq -2$. C. $m > 0$. D. $m > -2$.
7. Tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = 4x + m$ cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt là
 A. $m < 4$. B. $m \leq 4$. C. $m > -4$. D. $m \geq -4$.
8. Biết $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$. Khi đó giá trị biểu thức $x_0 + y_0$ là
 A. 0. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 2 (1,5 điểm).

- a) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left(x - \frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} \right)$, với $x > 0, x \neq 1$.
- b) Giải phương trình $\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-2} = 2x-4$.
- c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2y^2 + xy - 3x + 3y = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$.

Câu 3 (1,5 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$. Chứng minh các bất đẳng thức sau đây:

- a) $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$;
- b) $\frac{3}{x^2 + y^2 + z^2} + x^2 + y^2 + z^2 \geq 4$;
- c) $xy + yz + zx \geq 3\sqrt{xyz}$.

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC không cân, có ba góc nhọn và $AB < AC$. Đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với ba cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F . Lấy S trên đường thẳng EF sao cho $AS \parallel BC$, gọi $DI \cap AS = H$.

- a) Chứng minh rằng 5 điểm A, F, I, E, H nằm trên cùng một đường tròn và đường thẳng HI là phân giác của FHE .

- b) Gọi $DI \cap EF = K$. Đường thẳng đi qua K và song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại P, Q . Chứng minh rằng tam giác IPQ cân và đường thẳng AK đi qua trung điểm của BC .
- c) Kẻ DI cắt lại đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ ở T . Chứng minh rằng $ST \perp AD$.

Câu 5 (2,0 điểm).

- a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn phương trình $x^2 + 5x + 6y + 3xy + 1 = 0$.
- b) Cho biết Định lý Fermat nhỏ: “Cho số nguyên tố p . Nếu số nguyên x không chia hết cho p thì $x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$, hay là $x^{p-1} - 1 : p$ ”.
- 1) Chứng minh rằng với mọi số nguyên a thì $a^5 - a : 5$.
- 2) Cho hai số nguyên a, b . Gọi $p = 4k + 3$ ($k \in \mathbb{Z}$) là số nguyên tố và p là ước của $a^2 + b^2$. Chứng minh rằng p là ước chung của a và b .
- c) Cho tập hợp S gồm 2023 điểm trên mặt phẳng sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng, không có bốn điểm nào nằm trên cùng một đường tròn. Chứng minh rằng tồn tại ba điểm A, B, C thuộc tập S sao cho: bên trong đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ có đúng 674 điểm của tập S .

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LẠNG SƠN**

**KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2023 – 2024**

Môn thi: Toán (dành cho lớp chuyên)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
Đề thi gồm có 02 trang, 05 câu

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề 316

Học sinh làm cả phần trắc nghiệm và tự luận vào tờ giấy thi, ghi rõ mã đề thi vào bên cạnh từ
Bài làm trên tờ giấy thi.

Câu 1: Trắc nghiệm (2,0 điểm, mỗi ý 0,25 điểm).

1. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn, giả sử số đo góc $BAC = 70^\circ$ thì số đo góc BDC là
A. 110° . B. 70° . C. 20° . D. 160° .
2. Biểu thức $P = \sqrt{3-x}$ có nghĩa khi
A. $x \leq 3$. B. $x \leq -3$. C. $x \geq 3$. D. $x \geq -3$.
3. Tổng các nghiệm của phương trình $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$ là
A. 2. B. 3. C. 13. D. 5.
4. Tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m+3)x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là
A. $m \geq -3$. B. $m > -3$. C. $m > 0$. D. $m \geq 0$.

5. Biết $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$. Khi đó giá trị biểu thức $x_0 + y_0$ là
- A. 5. B. 1. C. 9. D. 6.
6. Cho đường tròn có bán kính bằng 3, chu vi của đường tròn đó là
- A. 6. B. 6π . C. 9π . D. 9.
7. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , biết $BC = 4\text{ cm}$. Diện tích tam giác ABC bằng
- A. 8 cm^2 . B. 4 cm^2 . C. 12 cm^2 . D. 16 cm^2 .
8. Tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = 2x - m$ cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt là
- A. $m \leq 1$. B. $m > -1$. C. $m \geq -1$. D. $m < 1$.

Câu 2 (1,5 điểm).

- a) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left(x - \frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} \right)$, với $x > 0, x \neq 1$.
- b) Giải phương trình $\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-2} = 2x-4$.
- c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2y^2 + xy - 3x + 3y = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$.

Câu 3 (1,5 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$. Chứng minh các bất đẳng thức sau đây:

- a) $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$;
- b) $\frac{3}{x^2 + y^2 + z^2} + x^2 + y^2 + z^2 \geq 4$;
- c) $xy + yz + zx \geq 3\sqrt{xyz}$.

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC không cân, có ba góc nhọn và $AB < AC$. Đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với ba cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F . Lấy S trên đường thẳng EF sao cho $AS \parallel BC$, gọi $DI \cap AS = H$.

- a) Chứng minh rằng 5 điểm A, F, I, E, H nằm trên cùng một đường tròn và đường thẳng HI là phân giác của FHE .
- b) Gọi $DI \cap EF = K$. Đường thẳng đi qua K và song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại P, Q . Chứng minh rằng tam giác IPQ cân và đường thẳng AK đi qua trung điểm của BC .
- c) Kẻ DI cắt lại đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ ở T . Chứng minh rằng $ST \perp AD$.

Câu 5 (2,0 điểm).

- a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn phương trình $x^2 + 5x + 6y + 3xy + 1 = 0$.

b) Cho biết Định lý Fermat nhỏ: “Cho số nguyên tố p . Nếu số nguyên x không chia hết cho p thì $x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$, hay là $x^{p-1} - 1 \vdots p$ ”.

1) Chứng minh rằng với mọi số nguyên a thì $a^5 - a \vdots 5$.

2) Cho hai số nguyên a, b . Gọi $p = 4k + 3$ ($k \in \mathbb{Z}$) là số nguyên tố và p là ước của $a^2 + b^2$.

Chứng minh rằng p là ước chung của a và b .

c) Cho tập hợp S gồm 2023 điểm trên mặt phẳng sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng, không có bốn điểm nào nằm trên cùng một đường tròn. Chứng minh rằng tồn tại ba điểm A, B, C thuộc tập S sao cho: bên trong đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ có đúng 674 điểm của tập S .

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LẠNG SƠN

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2023 – 2024

Môn thi: Toán (dành cho lớp chuyên)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề thi gồm có 02 trang, 05 câu

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề 479

Học sinh làm cả phần trắc nghiệm và tự luận vào tờ giấy thi, ghi rõ mã đề thi vào bên cạnh từ Bài làm trên tờ giấy thi.

Câu 1: Trắc nghiệm (2,0 điểm, mỗi ý 0,25 điểm).

1. Cho đường tròn có bán kính bằng 4, chu vi của đường tròn đó là

- A. 8. B. 8π . C. 16π . D. 16.

2. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn, giả sử số đo góc $BAC = 55^\circ$ thì số đo góc BDC là

- A. 125° . B. 35° . C. 55° . D. 110° .

3. Biểu thức $P = \sqrt{5-x}$ có nghĩa khi

- A. $x \geq 5$. B. $x \leq 5$. C. $x \leq -5$. D. $x \geq -5$.

4. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , biết $BC = 2\text{cm}$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. 4cm^2 . B. 1cm^2 . C. 8cm^2 . D. 2cm^2 .

5. Biết $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$. Khi đó giá trị biểu thức $x_0 + y_0$ là

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 0. D. -1.

6. Tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = 6x - m$ cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt là

- A. $m > 9$. B. $m \leq 9$. C. $m < 9$. D. $m \geq 9$.

7. Tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m-3)x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

- A. $m > 3$. B. $m > 0$. C. $m \geq 0$. D. $m \geq 3$.

8. Tổng các nghiệm của phương trình $x - 6\sqrt{x} + 8 = 0$ là

- A. 20. B. 2. C. 6. D. 4.

Câu 2 (1,5 điểm).

a) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left(x - \frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} \right)$, với $x > 0, x \neq 1$.

b) Giải phương trình $\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-2} = 2x-4$.

c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2y^2 + xy - 3x + 3y = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$.

Câu 3 (1,5 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$. Chứng minh các bất đẳng thức sau đây:

a) $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$;

b) $\frac{3}{x^2 + y^2 + z^2} + x^2 + y^2 + z^2 \geq 4$;

c) $xy + yz + zx \geq 3\sqrt{xyz}$.

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC không cân, có ba góc nhọn và $AB < AC$. Đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với ba cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F . Lấy S trên đường thẳng EF sao cho $AS \parallel BC$, gọi $DI \cap AS = H$.

a) Chứng minh rằng 5 điểm A, F, I, E, H nằm trên cùng một đường tròn và đường thẳng HI là phân giác của FHE .

b) Gọi $DI \cap EF = K$. Đường thẳng đi qua K và song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại P, Q . Chứng minh rằng tam giác IPQ cân và đường thẳng AK đi qua trung điểm của BC .

c) Kẻ DI cắt lại đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ ở T . Chứng minh rằng $ST \perp AD$.

Câu 5 (2,0 điểm).

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn phương trình $x^2 + 5x + 6y + 3xy + 1 = 0$.

b) Cho biết Định lý Fermat nhỏ: “Cho số nguyên tố p . Nếu số nguyên x không chia hết cho p thì $x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$, hay là $x^{p-1} - 1 \vdots p$ ”.

1) Chứng minh rằng với mọi số nguyên a thì $a^5 - a \vdots 5$.

2) Cho hai số nguyên a, b . Gọi $p = 4k + 3$ ($k \in \mathbb{Z}$) là số nguyên tố và p là ước của $a^2 + b^2$. Chứng minh rằng p là ước chung của a và b .

c) Cho tập hợp S gồm 2023 điểm trên mặt phẳng sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng, không có bốn điểm nào nằm trên cùng một đường tròn. Chứng minh rằng tồn tại ba điểm A, B, C thuộc tập S sao cho: bên trong đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ có đúng 674 điểm của tập S .

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LẠNG SƠN**

**KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2023 – 2024**

Môn thi: Toán (dành cho lớp chuyên)
Hướng dẫn chấm gồm có 04 trang

HDC CHÍNH THỨC

Hướng dẫn chung:

- Học sinh có thể giải theo những cách khác nhau, nếu đúng thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa ứng với phần đó.
- Đối với bài hình học: Nếu học sinh không vẽ hình, hoặc vẽ hình sai hẵn: không cho điểm.
- Điểm toàn bài chấm lẻ đến 0,25.

Câu 1: Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Ý	Đáp án các mã đề				Điểm
	Mã đề 181	Mã đề 235	Mã đề 316	Mã đề 479	
1	C	C	B	B	0,25
2	A	C	A	C	0,25
3	D	A	C	B	0,25
4	B	B	B	B	0,25
5	C	B	A	C	0,25
6	C	D	B	C	0,25
7	D	C	B	A	0,25
8	A	C	D	A	0,25

Câu 2 (1,5 điểm)

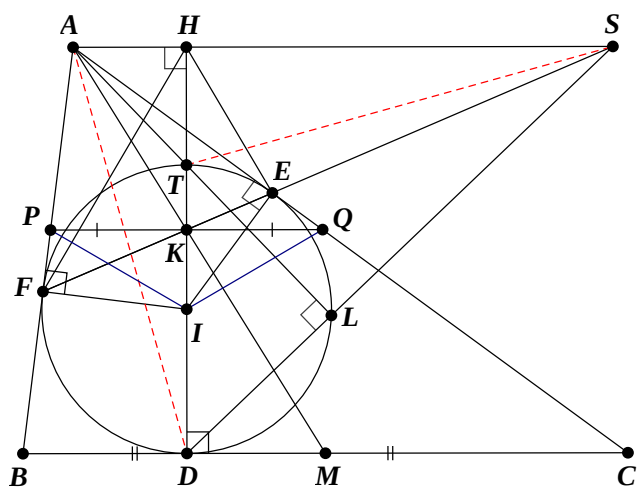
Ý	Nội dung	Điểm
a	$A = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left(x - \frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} \right) = \frac{2x+1-\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot [x - (1-\sqrt{x}+x)]$	0,25
	$= \frac{x+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot (\sqrt{x}-1) = 1$	0,25
b	ĐK: $x \geq \frac{2}{3}$ $pt \Leftrightarrow \frac{(x+2)-(3x-2)}{\sqrt{x+2}+\sqrt{3x-2}} = 2x-4 \Leftrightarrow (2x-4) \left(\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{3x-2}} + 1 \right) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4=0 \\ \frac{1}{\sqrt{3x-2}+\sqrt{x+2}} + 1 = 0 \end{cases} \quad (VN) \Leftrightarrow x=2 \text{ (tmdk)}$	0,25
c	$\begin{cases} x^2 - 2y^2 + xy - 3x + 3y = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 & (2) \end{cases}$	

	$(1) \Leftrightarrow (x-y)(x+2y-3)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ x=3-2y \end{cases}$	0,25
	Với $x=y$, thay vào (2) ta được: $2y^2+2y-4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \Rightarrow x=1 \\ y=-2 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$	
	Với $x=3-2y$, thay vào (2) ta được: $5y^2-13y+8=0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \Rightarrow x=1 \\ y=\frac{8}{5} \Rightarrow x=-\frac{1}{5} \end{cases}$	0,25
	Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y) \in \left\{ (1;1); (-2;-2); \left(-\frac{1}{5}; \frac{8}{5}\right) \right\}$.	

Câu 3 (1,5 điểm)

Ý	Nội dung	Điểm
	Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có $x^2+1 \geq 2x; y^2+1 \geq 2y; z^2+1 \geq 2z$	0,25
a	Cộng các bất đẳng thức về theo về ta được $x^2+y^2+z^2+3 \geq 2(x+y+z) \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+3 \geq 6 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2 \geq 3$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=y=z=1$.	0,25
b	Đặt $t = x^2+y^2+z^2 \geq 3$, bất đẳng thức $\frac{3}{x^2+y^2+z^2} + x^2+y^2+z^2 \geq 4$ trở thành $\frac{3}{t} + t \geq 4 \Leftrightarrow 3+t^2 \geq 4t \Leftrightarrow t^2-4t+3 \geq 0 \Leftrightarrow (t-1)(-3) \geq 0$	0,25
	Bất đẳng này đúng đúng vì $t \geq 3$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=y=z=1$.	0,25
	$xy+yz+zx \geq 3\sqrt{xyz} \Leftrightarrow (xy+yz+zx)^2 \geq 9xyz$ $\Leftrightarrow x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2+2xyz(x+y+z) \geq 9xyz \Leftrightarrow x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2 \geq 3xyz$	0,25
c	Áp dụng BĐT Cô-si ta có $x^2y^2+y^2z^2 \geq 2xy^2z; y^2z^2+z^2x^2 \geq 2xyz^2; z^2x^2+x^2y^2 \geq 2x^2yz$ Cộng các bất đẳng thức trên trên về theo về ta được $x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2 \geq xyz(x+y+z) = 3xyz$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=y=z=1$.	0,25

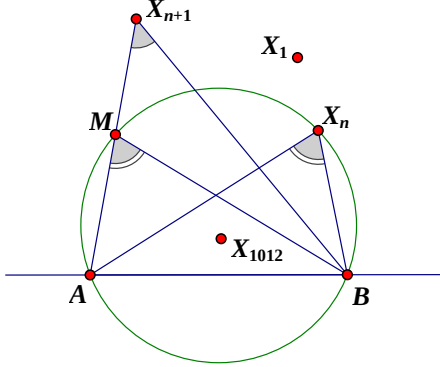
Câu 4 (3,0 điểm)

Ý	Nội dung	Điểm
a		
	Dễ thấy rằng $AFI = AEI = 90^\circ$ nên $AFI + AEI = 180^\circ$ suy ra $AFIE$ nội tiếp.	0,25

	Vì $AS \parallel BC$ và $DI \perp BC$, suy ra $AH \perp HI$, vậy thì $AFI + AHI = 180^\circ$ suy ra $AHIF$ nội tiếp, vậy thì 5 điểm A, H, E, I, F nằm trên đường tròn.	0,25
	Suy ra $FHI = \frac{1}{2}sd IF; EHI = \frac{1}{2}sd IE;$	0,25
	Lại có $IE = IF$ (bán kính đường tròn nội tiếp); do đó suy ra $FHI = EHI$, hay là HI là phân giác góc FHE .	0,25
b	Vì $PQ \parallel BC$ suy ra $PQ \perp IK$. Dễ thấy $IKQ = IEQ = 90^\circ$ nên $KEQI$ nội tiếp, do đó $IQK = IEK$.	0,25
	Chứng minh tương tự thì $IPK = IFK$, chú ý rằng tam giác IEF cân tại I nên suy ra $IQK = IPK$ nên $IP = IQ$.	0,25
	Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Vì tam giác IPQ cân và có IK là đường cao nên suy ra $KP = KQ$.	0,25
	Vì $PQ \parallel BC$ và có $\frac{KP}{KQ} = \frac{MB}{MC} = 1$, theo định lí Thales đảo thì A, K, M thẳng hàng.	0,25
c	Gọi $SD \cap (I) = L$, dễ thấy rằng $SE.SF = SL.SD$ (vì $EFLD$ nội tiếp).	0,25
	Lại có $AFIEH$ nội tiếp nên $SE.SF = SASH$, suy ra $SL.SD = SASH$ tức là $AHLD$ nội tiếp, suy ra $ALD = 90^\circ$.	0,25
	Vì DT là đường kính của (I) nên $TLD = 90^\circ$, do đó A, T, L thẳng hàng	0,25
	Xét tam giác ADS có $DH \perp SA$, $AL \perp SD$ suy ra T là trực tâm tam giác ADS . Do đó suy ra $ST \perp AD$	0,25

Câu 5 (2,0 điểm)

Ý	Nội dung						Điểm
a	$x^2 + 5x + 6y + 3xy + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x + 3y + 3) = 5$						0,25
		$x + 2$	1	5	-1	-5	0,25
		$x + 3y + 3$	5	1	-5	-1	
		x	-1	3	-3	-7	
		y	1	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$	1	
		Kết luận	t/m	Loại	t/m	Loại	
Vậy phương trình có các nghiệm nguyên $(x; y) \in \{(-1; 1); (-7; 1)\}$.						0,25	
b	1) Nếu $a \vdots 5$ thì $a^5 - a \vdots 5$; Nếu $a \nmid 5$, áp dụng định lí Fermat thì $a^4 - 1 \vdots 5$, do đó $a^5 - a = a(a^4 - 1) \vdots 5$.						0,25
	2) Nếu $a \vdots p$, vì $a^2 + b^2$ chia hết cho p nên $b^2 \vdots p \Rightarrow b \vdots p$ vậy thì p là ước chung của a và b . Giả sử, $a \nmid p$, vì $a^2 + b^2$ chia hết cho p nên $b^2 \nmid p \Rightarrow b \nmid p$. Từ $a^2 + b^2 \equiv 0 \pmod{p} \Rightarrow a^2 \equiv -b^2 \pmod{p}$, chú ý rằng $\frac{p-1}{2} = 2k + 1$ là số lẻ, do đó $(a^2)^{\frac{p-1}{2}} \equiv (-b^2)^{\frac{p-1}{2}} \pmod{p} \Leftrightarrow a^{p-1} \equiv -b^{p-1} \pmod{p}$ (*)						0,25
	theo định lí Fermat thì $\begin{cases} a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \\ b^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \end{cases}$ (**) Từ (*) và (**) thì ta suy ra $1 \equiv -1 \pmod{p} \Leftrightarrow 2 \equiv 0 \pmod{p}$ hay là $2 \vdots p$ điều này vô lí vì p là số lẻ.						0,25

	Do đó điều giả sử sai, tức là $a, b \vdots p$ hay là p là ước chung của a và b .	
c	 Lấy 2 điểm A, B sao cho tất cả các điểm của tập S nằm về cùng một phía của đường thẳng AB. <i>Nhận xét:</i> Với điểm X_n và X_{n+1} bất kì. Xét đường tròn ngoại tiếp tam giác ABX_n (như hình vẽ). Thế thì: X_{n+1} ở ngoài đường tròn này khi và chỉ khi $AX_{n+1}B < AX_nB$. <i>Chứng minh nhận xét:</i> X_{n+1} ở ngoài đường tròn ngoại tiếp tam giác ABX_n khi và chỉ khi một trong hai đường AX_{n+1}, BX_{n+1} cắt (ABX_n) như hình vẽ, giả sử BX_{n+1} cắt tại M. Khi đó, theo tính chất góc ngoài tam giác thì $AX_{n+1}B < AMB = AX_nB$ (các trường hợp hình vẽ suy biến khác có thể lập luận tương tự). Vì 4 điểm bất kì không nằm trên đường tròn, do đó ta đánh số các điểm còn lại của tập S (trừ A, B) là $X_1, X_2, \dots, X_{2021}$ sao cho $AX_1B > AX_2B > \dots > AX_{674}B > AX_{675}B > \dots > AX_{2021}B.$ Chọn đường tròn $(AX_{675}B)$, thì có đúng các điểm $X_1, X_2, \dots, X_{674}$ nằm trong đường tròn này.	0,25
		0,25

----- HẾT -----