

Câu 1. (4,0 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị (C) .

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Tìm m để đường thẳng $y = m(x + 2)$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt sao cho tiếp tuyến với đồ thị (C) tại ba điểm đó tạo thành tam giác vuông.

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình: $\sin x(2\sqrt{3} \cos x - 3) + 2(\sin x + 1) = \sqrt{3} \cos x - \cos 2x$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x} \ln \left(1 + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) = \ln \left(1 + \frac{2}{y} \right) \\ \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{2}{xy}} = \frac{2y + 3xy}{5y + 6} \end{cases} \quad (x; y \in \mathbb{R}).$$

Câu 3. (4,0 điểm)

1. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lấy từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập X . Tính xác suất để số được chọn là số chẵn, có mặt hai chữ số 1 và 2, đồng thời 1 và 2 không đứng cạnh nhau.
2. Để đủ tiền mua nhà, anh An vay ngân hàng 500 triệu theo phương thức trả góp với lãi suất 0,85%/tháng. Sau mỗi tháng, kể từ thời điểm vay, anh An trả nợ cho ngân hàng số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi vay và tiền gốc. Biết lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình anh An trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh trả hết nợ ngân hàng? (tháng cuối có thể trả dưới 10 triệu đồng).

Câu 4. (6,0 điểm)

1. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Một mặt phẳng thay đổi luôn song song với mặt phẳng chứa đa giác đáy và cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q (không trùng các đỉnh của hình chóp $S.ABCD$). Gọi M', N', P', Q' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P, Q lên mặt phẳng $(ABCD)$. Tính tỉ số $\frac{SM}{SA}$ để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ đạt giá trị lớn nhất.

2. Cho mặt cầu tâm O , bán kính $R = 1$. Từ điểm S bất kỳ trên mặt cầu kẻ ba đường thẳng cắt mặt cầu tại các điểm A, B, C (khác với S) sao cho $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = \alpha$. Khi α thay đổi, tính thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABC$.

3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, D là trung điểm BC . Biết $\triangle SAD$ là tam giác đều và mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^3 + y^3 + z^3 + 8(xy^2 + yz^2 + zx^2)$.

----- **HẾT** -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm./.

Họ và tên học sinh: Số báo danh: