

Bài 1. Cho biểu thức $A = \frac{3(x + \sqrt{x} - 1)}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- a) Rút gọn biểu thức A.
b) Tìm các số nguyên x để A có giá trị nguyên.

Bài 2. a) Giải phương trình $3x^2 + x - 3\sqrt{3x^2 + x + 2} = 2$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x + \frac{2}{y}} + \sqrt{x + y - 1} = 5 \\ 2x + y + \frac{2}{y} = 14 \end{cases}$$

Bài 3. a) Tìm ba số nguyên tố đôi một khác nhau, biết rằng tích của ba số đó bằng năm lần tổng của chúng.

b) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $0 < a, b, c < \frac{1}{2}$ và $2a + 3b + 4c = 3$.

Chứng minh rằng $\frac{2}{a(3b + 4c - 2)} + \frac{9}{b(4a + 8c - 3)} + \frac{8}{c(2a + 3b - 1)} \geq 81$

Bài 4. Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB = 2R. Gọi Ax, By lần lượt là các tiếp tuyến tại A, B của nửa đường tròn (O) (Ax, By và nửa đường tròn (O) nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Qua điểm M tùy ý thuộc nửa đường tròn (O) (M khác A, B) kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn (O) cắt Ax, By lần lượt tại C và D.

- a) Chứng minh rằng tứ giác OBDM nội tiếp và $AC \cdot BD = R^2$
b) Chứng minh rằng AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác OCD.
c) Cho AB = 8 cm. Tìm vị trí của điểm C để chu vi tứ giác ABDC bằng 28 cm, từ đó tính phần diện tích nằm trong tứ giác ABDC và nằm ngoài nửa đường tròn (O).

Bài 5. Cho dãy số tự nhiên 1; 2; 3; ...; 2024. Mỗi lần ta xóa đi hai số của dãy và ghi thêm vào dãy đó giá trị tuyệt đối của hiệu hai số bị xóa, tiếp tục làm như thế cho đến khi dãy số đã cho còn đúng 100 số. Khi đó tổng của 100 số đó có thể bằng 2023 được không? Vì sao?