

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH TIỀN GIANG**

**KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
TRUNG HỌC CƠ SỞ, NĂM HỌC 2020 – 2021**

Môn: Toán

Thời gian: **150** phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: **26/02/2021**

(Đề thi có 02 trang, gồm 5 bài)

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Bài 1 (4 điểm)

1) Tính giá trị của biểu thức: $A = (2x^3 + 5x^2 - 2x + 2020)^{2021}$

với $x = \frac{(\sqrt{5} + 2)\sqrt[3]{17\sqrt{5} - 38}}{\sqrt{5} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}}$

2) Tìm sáu số nguyên tố liên tiếp mà có tổng là một số nguyên tố.

Bài 2 (6 điểm)

1) Cho x, y là các số dương thỏa $\frac{18}{x} + \frac{2}{y} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$.

2) Giải phương trình $7(x^2 - x + 1) = 5(x + \sqrt{x - 1})^2$

3) Cho hàm số $y = f(x)$ với $f(x)$ là một biểu thức đại số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết rằng $(x + 1)f(2 - x) + (x^2 + x + 4)f(2 + x) = x^3 + 1$. Tính giá trị của biểu thức $f(5)$.

Bài 3 (4 điểm)

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): $y = \frac{1}{4}x^2$. Đường thẳng $\Delta: y = m$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. M là điểm tùy ý trên trục Ox. Tìm m để tam giác MAB có diện tích bằng 2021.

2) Một cung thủ bắn hơn 11 lần vào bia và đều trúng vào các vòng 8 điểm, 9 điểm, 10 điểm. Biết tổng số điểm cung thủ đạt được sau các lần bắn là 100 điểm. Hỏi cung thủ đã bắn bao nhiêu lần và mỗi vòng trúng bao nhiêu mũi tên?

Bài 4 (2 điểm)

Cho a, b, c là ba số thực khác không thỏa mãn $a + b + c = 2021$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2021}$.

Chứng minh một trong ba số a, b, c phải có một số bằng 2021.

Bài 5 (4 điểm)

Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $\widehat{ABC} = 45^\circ$ nội tiếp đường tròn tâm O và $AC = a\sqrt{2}$. Các đường cao AN, BP và CQ của tam giác ABC cắt nhau tại H (P thuộc AC, Q thuộc AB và N thuộc BC).

- Tính bán kính đường tròn (O) theo a và tính độ dài cạnh BC.
- Chứng minh 5 điểm A, Q, C, O, N cùng thuộc một đường tròn và tính góc $\widehat{NQO}$.
- HB, HC cắt (O) tại E, F. Chứng minh tứ giác OEHF nội tiếp đường tròn (C) và tính bán kính đường tròn (C).

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN THAM KHẢO – TIỀN GIANG (2020 – 2021)

Bài 1.

$$1) \text{ Ta có: } x = \frac{\sqrt[3]{(\sqrt{5}-2)^3 \cdot (\sqrt{5}+2)}}{\sqrt{5} + \sqrt{(3-\sqrt{5})^2}} = \frac{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}{\sqrt{5}+3-\sqrt{5}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Do đó: } A = \left(\frac{-1}{27}\right)^{2021}$$

2) Gọi p là số nguyên tố nhỏ nhất trong 6 số

Nếu p chẵn thì p=2. Do đó 6 số là: 2,3,5,7,11,13. Tổng bằng 41, là số nguyên tố (thỏa mãn)

Nếu p lẻ thì p=3. Do đó 6 số là: 3,5,7,11,13,17. Tổng bằng 56, không là số nguyên tố (loại)

Vậy 6 số cần tìm là: 2,3,5,7,11,13

Bài 2.

1) Ta có:

$$1 = \frac{18}{x} + \frac{2}{y} = \frac{(\sqrt{18})^2}{x} + \frac{(\sqrt{2})^2}{y} \geq \frac{(\sqrt{18} + \sqrt{2})^2}{x+y} = \frac{32}{x+y}$$

$$\Rightarrow x+y \geq 32$$

$$\text{Vậy MinP}=32. \text{ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: } \frac{\sqrt{18}}{x} = \frac{\sqrt{2}}{y}$$

2) Điều kiện $x \geq 1$

$$7(x^2 - x + 1) = 5(x + \sqrt{x-1})^2$$

$$\Leftrightarrow 7(x - \sqrt{x-1})(x + \sqrt{x-1}) = 5(x + \sqrt{x-1})^2$$

$$\Leftrightarrow (x + \sqrt{x-1})[7(x - \sqrt{x-1}) - 5(x + \sqrt{x-1})] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + \sqrt{x-1})(-12\sqrt{x-1} + 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + \sqrt{x-1})(-6\sqrt{x-1} + x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -6\sqrt{x-1} + x = 0 \text{ (vì } x + \sqrt{x-1} > 1 \text{ do } x \geq 1)$$

$$\Leftrightarrow x = 6\sqrt{x-1}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 36(x-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 36x + 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 18 \pm 12\sqrt{2} \text{ (t/m)}$$

$$\text{Vậy nghiệm phương trình là } x = 18 \pm 12\sqrt{2}$$

$$3) (x+1)f(2-x) + (x^2+x+4)f(2+x) = x^3+1 \quad (1)$$

Thay x=3 vào (1) ta được:

$$4f(-1) + 16f(5) = 28 \quad (2)$$

Thay x=-3 vào (1) ta được:

$$10f(-1) - 2f(5) = -26 \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra $f(5) = \frac{16}{7}$

Bài 3.

1) Ta dễ dàng suy ra tam giác MAB có $A(2\sqrt{m}; m), B(-2\sqrt{m}; m), h=m$

$$S_{MAB} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 4\sqrt{m} = 2021$$

$$\Rightarrow m = \sqrt[3]{\frac{2021^2}{2^2}}$$

2) Gọi x, y, z lần lượt là số lần bắn đúng vào các vòng 8, 9, 10 điểm ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x + y + z > 11 \\ 8x + 9y + 10z = 100 \end{cases}$$

$$\text{Rõ ràng } 8x + 8y + 8z < 8x + 9y + 10z = 100 \Rightarrow x + y + z \leq 12$$

$$\text{Suy ra } x + y + z = 12$$

Do đó:

$$\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 8x + 9y + 10z = 100 \end{cases} \Leftrightarrow y + 2z = 4 \Rightarrow y = 4 - 2z$$

$$y \geq 1 \Rightarrow 4 - 2z \geq 1 \Leftrightarrow z \leq 1,5 \Rightarrow z = 1$$

$$\text{Vậy } z = 1, y = 2, x = 9$$

Bài 4.

Từ giả thiết suy ra:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{a+b+c} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a+b}{ab} + \frac{a+b}{c(a+b+c)} = 0$$

$$\Leftrightarrow (a+b)[c(a+b+c) + ab] = 0$$

$$\Leftrightarrow (a+b)[ca + cb + c^2 + ab] = 0$$

$$\Leftrightarrow (a+b)(b+c)(c+a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ b+c=0 \\ c+a=0 \end{cases}$$

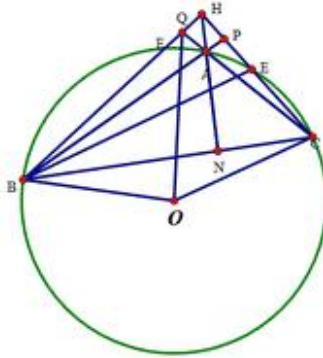
$$\text{Nếu } a+b=0 \Rightarrow c = 2021 - (a+b) = 2021$$

$$\text{Nếu } b+c=0 \Rightarrow a = 2021 - (b+c) = 2021$$

$$\text{Nếu } c+a=0 \Rightarrow b = 2021 - (c+a) = 2021$$

Suy ra đpcm

Bài 5.



a) Dễ dàng suy ra $\widehat{AOC} = 2\widehat{ABC} = 2.45^\circ = 90^\circ$

Xét tam giác AOC vuông cân tại O có $\widehat{AOC} = 90^\circ$ và $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = a \Rightarrow R = a$

Dễ dàng suy ra $\widehat{BOC} = \widehat{BOA} + \widehat{AOC} = 2\widehat{BCA} + 2\widehat{CAB} = 120^\circ$

Xét tam giác BOC cân tại O và $\widehat{BOC} = 120^\circ \Rightarrow BC = 2.R.\sin 60^\circ = R\sqrt{3}$

b) Có $\widehat{AQO} = 90^\circ, \widehat{AOC} = 90^\circ, \widehat{CON} = 90^\circ$. Suy ra 5 điểm A, Q, C, O, N cùng thuộc một đường tròn đường kính AC.

Xét đường tròn đường kính AC, dễ dàng nhận thấy $\widehat{NQA} = \widehat{NCA} = 15^\circ$ (cùng chắn cung AN)

Xét đường tròn đường kính AC, dễ dàng nhận thấy $\widehat{OQC} = \widehat{OAC} = 45^\circ$ (cùng chắn cung CO)

Suy ra $\widehat{NQO} = \widehat{AQC} - \widehat{NQA} - \widehat{OQC} = 90^\circ - 15^\circ - 45^\circ = 30^\circ$