

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CAO BẰNG
ĐỀ CHÍNH THỨC**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2021 – 2022**

Môn: **TOÁN (Chuyên)**

Ngày thi: 13/06/2021

Thời gian: 150 phút

Bài 1. Cho biểu thức $A = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 4$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm x sao cho A nhận giá trị là một số nguyên

Bài 2. a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy + x + y = x^2 - 2y^2 \\ x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} = 2x - 2y \end{cases}$$

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên (a;b) thỏa mãn $a^4 - 2a^3 + 10a^2 - 18a - 16 = 4b^2 + 20b$

Bài 3. Cho phương trình $x^2 - 2(m-2)x - 2m = 0$ (m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_2 - x_1 = x_1^2$

Bài 4. Cho hình vuông ABCD cạnh a, lấy điểm M bất kì trên cạnh BC (M khác B, C). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng DM tại H, đường thẳng BH cắt đường thẳng DC tại K

a) Chứng minh rằng BHCD nội tiếp

b) Chứng minh rằng KC. KD = KH. KB

c) Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của tam giác ABM và DCM. Chứng minh rằng tổng $S_1 + S_2$ không đổi. Xác định vị trí của điểm M trên cạnh BC sao cho tổng $S_1^2 + S_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó theo a.

Bài 5. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x, y > 1$

Chứng minh rằng
$$\frac{(x^3 + y^3) - (x^2 + y^2)}{(x-1)(y-1)} \geq 8$$