



(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:Phòng thi:.....

Họ và tên của cán bộ coi thi 1:Họ và tên của cán bộ coi thi 2:.....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**ĐẮK LẮK****NĂM HỌC 2024-2025****Môn thi: TOÁN CHUYÊN****ĐÁP ÁN, BIỂU ĐIỂM VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

(Đáp án, biểu điểm và hướng dẫn chấm gồm 04 trang)

A. ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu	Ý	ĐÁP ÁN	Điểm												
1	a)	Tìm các số nguyên dương x sao cho $x^2 + x + 10$ là số chính phương.													
		Ta có: $4(x^2 + x + 10) = 4x^2 + 4x + 40 = (2x + 1)^2 + 39$ chính phương.	0,25												
		Đặt $(2x + 1)^2 + 39 = a^2$, với $a \in \mathbb{N}$ $\Rightarrow a^2 - (2x + 1)^2 = 39 \Rightarrow (a - 2x - 1)(a + 2x + 1) = 39$.	0,25												
		Ta có bảng: <table><tr><td>$a + 2x + 1$</td><td>39</td><td>13</td></tr><tr><td>$a - 2x - 1$</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>x</td><td>9</td><td>2</td></tr><tr><td>a</td><td>20</td><td>8</td></tr></table>	$a + 2x + 1$	39	13	$a - 2x - 1$	1	3	x	9	2	a	20	8	0,25
	$a + 2x + 1$	39	13												
	$a - 2x - 1$	1	3												
	x	9	2												
	a	20	8												
		Vậy $x = 2, x = 9$ thỏa mãn.	0,25												
	b)	Giải phương trình: $x^2 + 3x + 4 = 2(x + 1)\sqrt{x + 3}$													
	Điều kiện: $x \geq -3$. Ta có: $x^2 + 3x + 4 = 2(x + 1)\sqrt{x + 3} \Leftrightarrow (x + 1 - \sqrt{x + 3})^2 = 0$	0,25													
	$\Leftrightarrow x + 1 - \sqrt{x + 3} = 0 \Leftrightarrow x + 1 = \sqrt{x + 3} \Rightarrow (x + 1)^2 = x + 3 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$	0,25													
	$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$	0,25													
	Thử lại, phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$.	0,25													
c)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 6x^2 + y^2 + 5xy - 5x - 3y = 4 & (1) \\ \sqrt{5x - 1} + \sqrt{2x^2 + 10x - 11} = 2x + y & (2) \end{cases}$														
	Điều kiện: $\begin{cases} 5x - 1 \geq 0 \\ 2x^2 + 10x - 11 \geq 0 \end{cases}$	0,25													

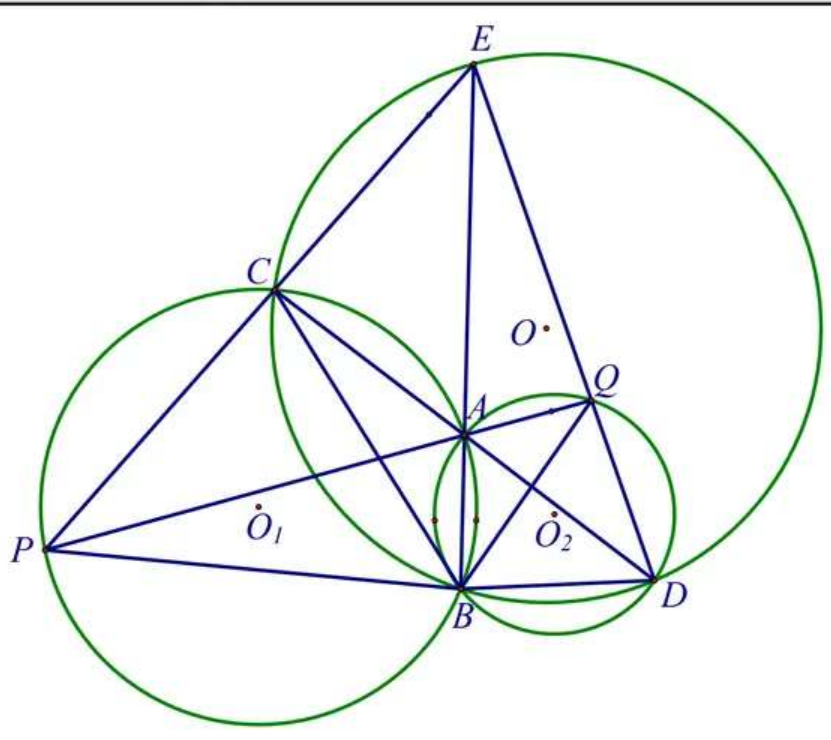
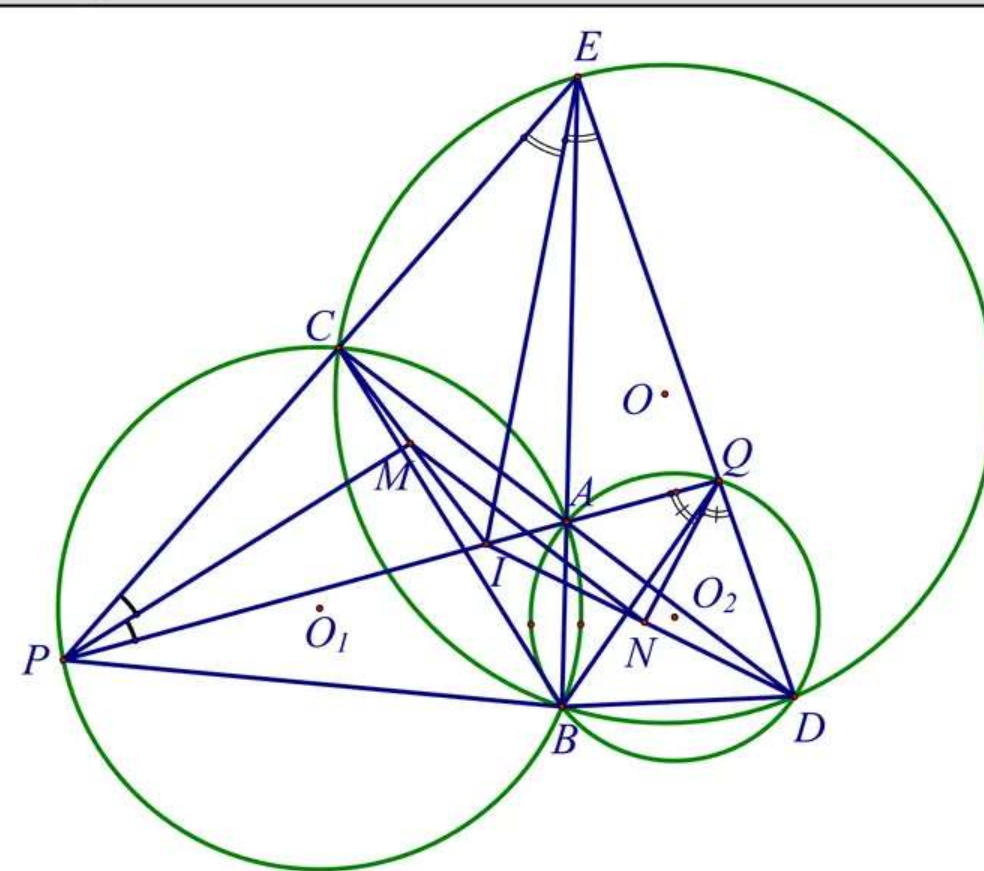


		Từ điều kiện và phương trình (2) ta có: $2x + y \geq 0$ (*)	
		$(1) \Leftrightarrow (2x + y + 1)(3x + y - 4) = 0$	
		$\Leftrightarrow 3x + y = 4$ (do (*)).	0,25
		$\Leftrightarrow y = 4 - 3x$ thay vào (2) ta có: $\sqrt{5x-1} + \sqrt{2x^2 + 10x - 11} = 4 - x$	
		$\Leftrightarrow (\sqrt{5x-1} - 2) + (\sqrt{2x^2 + 10x - 11} - 1) + (x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \frac{5(x-1)}{\sqrt{5x-1}+2} + \frac{2(x-1)(x+6)}{\sqrt{2x^2+10x-11}+1} + (x-1) = 0$ $\Leftrightarrow (x-1) \left(\frac{5}{\sqrt{5x-1}+2} + \frac{2(x+6)}{\sqrt{2x^2+10x-11}+1} + 1 \right) = 0$	0,25
		Vì $x \geq \frac{1}{5}$ nên $\frac{5}{\sqrt{5x-1}+2} + \frac{2(x+6)}{\sqrt{2x^2+10x-11}+1} + 1 > 0$. Do đó pt $\Leftrightarrow x = 1$ (thử đúng). Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 1)$.	0,25
2	a)	Cho hình chữ nhật có số đo chiều dài, chiều rộng (theo đơn vị cm) là hai số nguyên phân biệt có chữ số tận cùng bằng nhau. Biết chu vi hình chữ nhật đó bằng 2024 cm. Tìm diện tích lớn nhất có được của hình chữ nhật đó.	
		Gọi chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật đó là x, y (cm); $0 < x < y$; x, y nguyên. Vì $x \neq y$; x, y có chữ số tận cùng bằng nhau nên $x - y \geq 10$; $x + y = 1012$.	0,25
		Ta có: $S = xy = \frac{1}{4}(x+y)^2 - \frac{1}{4}(x-y)^2$	0,25
		$\Rightarrow S \leq \frac{1}{4} \cdot 1012^2 - \frac{1}{4} \cdot 10^2 = 256011$	0,25
		Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật bằng 256011 cm^2 khi chiều dài và chiều rộng lần lượt là 511 cm, 501 cm.	0,25
	b)	Biết phương trình $x^3 + x - 3 = 0$ có nghiệm $x = a$, phương trình $3x^3 + 8x^2 + 7x + 1 = 0$ có nghiệm $x = b$. Chứng minh rằng $ab + a = 1$.	
		Vì phương trình $3x^3 + 8x^2 + 7x + 1 = 0$ có nghiệm $x = b$ ($b \neq -1$). Do đó $\left(\frac{1}{b+1} \right)^3 + \frac{1}{b+1} - 3 = \frac{-3b^3 - 8b^2 - 7b - 1}{(b+1)^3} = 0$	0,25
		$\Rightarrow \frac{1}{b+1}$ là nghiệm của phương trình $x^3 + x - 3 = 0$ (1).	0,25
		Giả sử phương trình $x^3 + x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 > x_2$ thì $x_1^3 + x_1 = x_2^3 + x_2 = 3$ Mà $\begin{cases} x_1 > x_2 \\ x_1^3 > x_2^3 \end{cases} \Rightarrow x_1^3 + x_1 > x_2^3 + x_2$ (vô lý).	0,25



		Vậy phương trình $x^3 + x - 3 = 0$ có nghiệm duy nhất $x = a$ (2).	
		Từ (1) và (2) $\Rightarrow a = \frac{1}{b+1} \Rightarrow ab + a = 1$.	0,25
3	a)	Tìm ba số nguyên dương $x; y; z$ đôi một khác nhau thỏa mãn hai điều kiện: $x^2 + xy + y^2 + (3z^2 - z - 4)(x + y) = 10z^2 - 3$. - Trong bốn số $x + y + 3z^2 - 1; x + y - 3; x + z; y + z$ có đúng một hợp số.	
		Ta có: $x^2 + xy + y^2 + (3z^2 - z - 4)(x + y) = 10z^2 - 3 \Leftrightarrow (x + y + 3z^2 - 1)(x + y - 3) = (x + z)(y + z)$	0,25
		Giả sử $x + y + 3z^2 - 1$ không phải là hợp số, mà $x + y + 3z^2 - 1 > 1$ nên $x + y + 3z^2 - 1$ là số nguyên tố. $\Rightarrow \begin{cases} x + z : (x + y + 3z^2 - 1) \\ y + z : (x + y + 3z^2 - 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + z \geq x + y + 3z^2 - 1 \\ y + z \geq x + y + 3z^2 - 1 \end{cases} \text{ vô lý.}$	0,25
		Vậy $x + y + 3z^2 - 1$ là hợp số duy nhất trong bốn số đã cho.	
		$\Rightarrow x + z = p$ nguyên tố; $y + z = q$ nguyên tố; $x + y + 3z^2 - 1 = p \cdot q$; $x + y - 3 = 1$ Vì $x + y = 4$ và x, y nguyên dương nên $(x; y) = (1; 3)$ hoặc $(x; y) = (3; 1)$.	0,25
		Trường hợp nào ta cũng thu được $13 + 4(3z^2 - z - 4) = 10z^2 - 3 \Leftrightarrow 2z^2 - 4z = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \text{ (n)} \\ z = 0 \text{ (l)} \end{cases}$	0,25
		Thử lại chỉ có hai bộ $(x; y; z) = (1; 3; 2), (x; y; z) = (3; 1; 2)$ thỏa mãn.	
	b)	Cho đa thức bậc hai $P(x) = ax^2 + bx + c$, với a, b, c là các số thực dương. Biết $P(1) = 12$ và $P(2) = 16$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{a^3 + a^2b + 3b^3}{ab^2} + \frac{ab^2}{a^3 + a^2b + 3b^3}$.	
		Ta có: $\begin{cases} P(1) = a + b + c = 12 \\ P(2) = 4a + 2b + c = 16 \end{cases} \Rightarrow 3a + b = 4$	0,25
		C1: $(a - b)^2 (a + 3b) \geq 0$ $\Rightarrow a^3 + a^2b + 3b^3 \geq 5ab^2$ $\Rightarrow \frac{a^3 + a^2b + 3b^3}{ab^2} \geq 5$. C2: $\begin{cases} a^3 + b^3 + b^3 \geq 3ab^2 \\ a^2b + b^3 \geq 2ab^2 \end{cases} \Rightarrow a^3 + a^2b + 3b^3 \geq 5ab^2$ $\Rightarrow \frac{a^3 + a^2b + 3b^3}{ab^2} \geq 5$	0,25
		Ta có: $A = \frac{a^3 + a^2b + 3b^3}{ab^2} + \frac{ab^2}{a^3 + a^2b + 3b^3} = \frac{24}{25} \cdot \frac{a^3 + a^2b + 3b^3}{ab^2} + \frac{1}{25} \cdot \frac{a^3 + a^2b + 3b^3}{ab^2} + \frac{ab^2}{a^3 + a^2b + 3b^3}$	0,25



		Mà $\frac{1}{25} \cdot \frac{a^3 + a^2b + 3b^3}{ab^2} + \frac{ab^2}{a^3 + a^2b + 3b^3} \geq 2\sqrt{\frac{1}{25} \cdot \frac{a^3 + a^2b + 3b^3}{ab^2} \cdot \frac{ab^2}{a^3 + a^2b + 3b^3}} = \frac{2}{5}$ $\Rightarrow A \geq \frac{24}{25} \cdot 5 + \frac{2}{5} = \frac{26}{5}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b = 1, c = 10$. Vậy GTNN của A là $\frac{26}{5}$.	0,25
4	a)	Chứng minh rằng: $\triangle BCP \sim \triangle BDQ$.  Vì $ABDQ$, $ABPC$ và $ECBD$ là các tứ giác nội tiếp nên: $BQD = BAD = BPC$ và $BDQ = BCP$ $\Rightarrow \triangle BDQ \sim \triangle BCP$ (g - g).	0,25
			0,25
			0,25
			0,25
	b)	Chứng minh rằng: A, P, Q thẳng hàng. $\triangle BDQ \sim \triangle BCP \Rightarrow QBD = CBP$ Mà $QAD = QBD, CBP = CAP$ $\Rightarrow QAD = CAP$ Vậy P, A, Q thẳng hàng.	0,25
			0,25
			0,25
			0,25
	c)	Gọi EI là phân giác trong của $\triangle EPQ$; PM, QN lần lượt là phân giác trong của $\triangle CPI$ và $\triangle DQI$. Chứng minh rằng: $MN \parallel CD$.  Áp dụng định lý Mênêlauxt cho $\triangle CED$ với P, A, Q thẳng hàng ta được: $\frac{AC}{AD} \cdot \frac{QD}{QE} \cdot \frac{PE}{PC} = 1$, vì $\frac{AC}{AD} = 1 \Rightarrow \frac{QD}{QE} = \frac{PC}{PE} \Rightarrow \frac{QD}{CP} = \frac{QE}{PE}$	0,25



	Theo tính chất đường phân giác: $\frac{IQ}{IP} = \frac{QE}{PE} \Rightarrow \frac{IQ}{IP} = \frac{QD}{CP} \Rightarrow \frac{QI}{QD} = \frac{PI}{PC}$	0,25
	Mà $\frac{QI}{QD} = \frac{NI}{ND}; \frac{PI}{PC} = \frac{MI}{MC}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{NI}{ND} = \frac{MI}{MC} \Rightarrow MN \parallel CD$	0,25

B. HƯỚNG DẪN CHẤM

- Điểm bài thi đánh giá theo thang điểm từ 0 đến 10. Điểm của bài thi là tổng của các điểm thành phần và không làm tròn.
- Học sinh giải theo cách khác nếu đúng và hợp lý vẫn cho điểm tối đa phần đó.

-----HẾT-----