

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 02 trang)

MÔN THI: TOÁN (chuyên)
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 15/06/2022.

Bài 1 (1,5 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{1-3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}-1} + \frac{3\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}-4x}$ ($x > 0$ và $x \neq \frac{1}{4}$).

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = \frac{\sqrt{5}-1}{1+\sqrt{5}}$.

(Lưu ý: Kết quả tính gần đúng không được chấp nhận.)

Bài 2 (1,0 điểm). Cho phương trình $2x^2 - 5x + 1 = 0$.

a) Chứng minh rằng, phương trình đã cho có nghiệm.

b) Giả sử x_0 là một nghiệm của phương trình đã cho. Hãy tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{x_0^2}{4x_0^4 + 1}.$$

(Lưu ý: Kết quả tính gần đúng không được chấp nhận.)

Bài 3 (1,0 điểm). Giải phương trình:

$$\sqrt{2x^2 - x - 3} + \sqrt{2x - 3} - x\sqrt{x + 1} = x - 2(\sqrt{x + 1} + 1).$$

Bài 4 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2y^3 + xy^2 - 6y - 3x = 2 \\ y^2 - 2y - x = 2. \end{cases}$$

Bài 5 (1,5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB < AC$. Trên cạnh AC , lấy điểm E sao cho $AE = AB$. Gọi H, F tương ứng là hình chiếu vuông góc của A, E trên BC . Biết $BH = 3$ và $EF = 1$; hãy tính độ dài các cạnh của tam giác ABC .

Bài 6 (2,0 điểm). Cho nửa đường tròn đường kính AB .

a) Trên nửa đường tròn đã cho, lấy hai điểm phân biệt M, N , sao cho cả M và N đều không trùng với A, B , và N nằm trên cung AM . Gọi I là giao điểm của AM và BN ; và gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên AB . Chứng minh rằng, HI là phân giác trong của góc NHM .

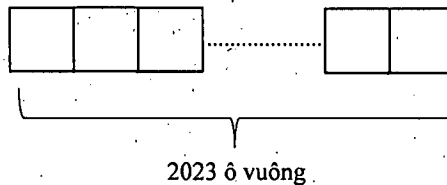
b) X là một điểm di động trên nửa đường tròn đã cho, sao cho X không trùng với A, B . Qua A , kẻ đường thẳng vuông góc với AB , cắt BX tại C . Gọi D là giao điểm của phân giác trong của góc ABX và nửa đường tròn đã cho. Hãy xác định vị trí của điểm X , sao cho $DB = DC$.

Bài 7 (1,0 điểm).

Cho a, b, c là các số nguyên. Chứng minh rằng, nếu $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 6 thì $a^{2022} + b^{2022} + c^{2022}$ cũng chia hết cho 6.

Bài 8 (1,0 điểm).

Cho một dãy gồm 2023 ô vuông bằng nhau, được xếp liên tiếp nhau thành một hàng ngang (xem Hình minh họa dưới đây). Người ta điền vào mỗi ô vuông một số nguyên dương *không* lớn hơn 4, sao cho tích của ba số được điền ở bất kì ba ô vuông liên tiếp nào cũng bằng 24. Hỏi, có tất cả bao nhiêu cách điền số như vậy?



HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM THI – ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN : TOÁN (Chuyên)

(Văn bản gồm có 08 trang)

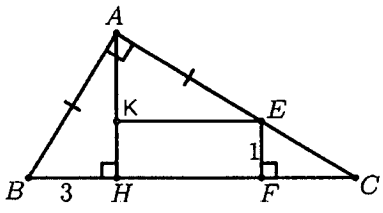
A. HƯỚNG DẪN CHUNG

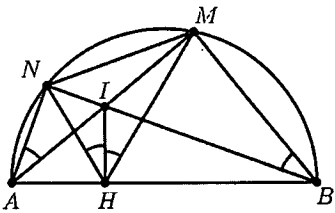
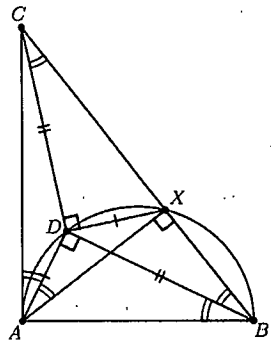
- Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong Đáp án nhưng đúng, thì cho đủ số điểm từng phần như Hướng dẫn qui định.
- Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong Hướng dẫn chấm phải đảm bảo không làm sai lệch Hướng dẫn chấm và phải được thực hiện thống nhất trong toàn Tổ chấm thi.

B. ĐÁP ÁN – BIỂU ĐIỂM

Bài	Đáp án	Điểm
1 (1,5đ)	Cho biểu thức $A = \frac{1-3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}-1} + \frac{3\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}-4x}$ ($x > 0$ và $x \neq \frac{1}{4}$).	
	a) (1 điểm). Rút gọn biểu thức A.	
	Ta có: $A = (3\sqrt{x} - 2) \left(\frac{1}{2\sqrt{x}-1} - \frac{1}{2\sqrt{x} \cdot (2\sqrt{x}-1)} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) - \frac{1}{2\sqrt{x}}$	0,50
	$= (3\sqrt{x} - 2) \left(\frac{2\sqrt{x} - (2\sqrt{x}-1)}{2\sqrt{x} \cdot (2\sqrt{x}-1)} - \frac{1}{2\sqrt{x} \cdot (2\sqrt{x}-1)} \right) - \frac{1}{2\sqrt{x}}$	0,25
	$= 0 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$.	0,25
	b) (0,5 điểm). Tính giá trị của biểu thức A tại $x = \frac{\sqrt{5}-1}{1+\sqrt{5}}$.	
	Ta có: $x = \frac{\sqrt{5}-1}{1+\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5}-1)^2}{4}$.	0,25
2 (1,0đ)	Suy ra, $\sqrt{x} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. Do đó, $A = -\frac{1}{\sqrt{5}-1} = -\frac{\sqrt{5}+1}{4}$.	0,25
	Cho phương trình $2x^2 - 5x + 1 = 0$. (*)	
	a) (0,25 điểm). Chứng minh rằng, phương trình đã cho có nghiệm.	
	Vì phương trình (*) có $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 17 > 0$ nên nó có nghiệm.	0,25
	b) (0,75 điểm). Giả sử x_0 là một nghiệm của phương trình đã cho. Hãy tính giá trị của	

Bài	Đáp án	Điểm
	biểu thức $P = \frac{x_0^2}{4x_0^4 + 1}$.	
	Vì phương trình (*) có hai nghiệm có tích bằng $\frac{1}{2}$ (theo định lí Vi-et), nên từ giả thiết x_0 là một nghiệm của nó, suy ra nghiệm còn lại là $\frac{1}{2x_0}$.	0,25
	Dễ thấy, 0 không phải là nghiệm của phương trình (*); do đó, $x_0 \neq 0$. Vì thế, ta có: $\frac{1}{4P} = \frac{4x_0^4 + 1}{4x_0^2} = x_0^2 + \frac{1}{4x_0^2} = \left(x_0 + \frac{1}{2x_0}\right)^2 - 1$	0,25
	$= \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 1 \text{ (theo định lí Vi-et)}$ $= \frac{21}{4}$ Vì vậy, $P = \frac{1}{21}$.	0,25
3 (1,0đ)	Giải phương trình: $\sqrt{2x^2 - x - 3} + \sqrt{2x - 3} - x\sqrt{x + 1} = x - 2(\sqrt{x + 1} + 1)$. (1)	
	Điều kiện: $x \geq \frac{3}{2}$. (2) Với điều kiện đó, ta có:	0,25
	(1) $\Leftrightarrow \sqrt{(2x - 3)(x + 1)} + \sqrt{2x - 3} = x(\sqrt{x + 1} + 1) - 2(\sqrt{x + 1} + 1)$	
	$\Leftrightarrow \sqrt{2x - 3}(\sqrt{x + 1} + 1) = (x - 2)(\sqrt{x + 1} + 1)$ $\Leftrightarrow \sqrt{2x - 3} = x - 2$ (do $\sqrt{x + 1} + 1 \neq 0$ với mọi x thỏa mãn (2))	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ 2x - 3 = x^2 - 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 6x + 7 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 3 + \sqrt{2}$. Vậy, phương trình đã cho có duy nhất nghiệm $x = 3 + \sqrt{2}$.	0,25
4 (1,0đ)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2y^3 + xy^2 - 6y - 3x = 2 \\ y^2 - 2y - x = 2. \end{cases}$ (I)	
	Ta có: (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} y^2(x + 2y) - 3(x + 2y) = 2 \\ y^2 - (x + 2y) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x + 2y)(y^2 - 3) = 2 \\ (x + 2y) - (y^2 - 3) = 1. \end{cases}$ (II)	0,25
	Đặt $u = x + 2y$ và $v = y^2 - 3$, từ hệ (II) ta có hệ: $\begin{cases} uv = 2 \\ u - v = 1. \end{cases}$ (III)	0,25
	Ta có:	0,25

Bài	Đáp án	Điểm
	$(III) \Leftrightarrow \begin{cases} (v+1)v = 2 \\ u = v+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v^2 + v - 2 = 0 \\ u = v+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = 1, u = 2 \\ v = -2, u = -1. \end{cases}$	
	• Với $u = 2, v = 1$, ta có: $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ y^2 - 3 = 1. \end{cases}$ Giải hệ trên, ta được $(x; y) = (-2, 2)$ và $(x; y) = (6, -2)$. • Với $u = -1, v = -2$, ta có: $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ y^2 - 3 = -2. \end{cases}$ Giải hệ trên, ta được $(x; y) = (-3, 1)$ và $(x; y) = (1, -1)$. • Vậy, hệ đã cho có tất cả 4 nghiệm, là 4 cặp số $(x; y)$ vừa nêu trên.	0,25
	Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB < AC$. Trên cạnh AC, lấy điểm E sao cho $AE = AB$. Gọi H, F tương ứng là hình chiếu vuông góc của A, E trên BC. Biết $BH = 3$ và $EF = 1$; hãy tính độ dài các cạnh của tam giác ABC.	
	 Gọi K là hình chiếu vuông góc của E trên AH.	0,25
5 (1,5đ)	Khi đó, tứ giác $KHFE$ là một hình chữ nhật (do có ba góc vuông); suy ra $KH = EF = 1$. (1) Xét hai tam giác vuông AKE và BHA, ta có: $AE = BA$ (gt) và $\angle EAK = \angle ABH$ (vì cùng phụ với góc BAH). Do đó, $\triangle AKE = \triangle BHA$; suy ra, $AK = BH = 3$. (2)	0,50
	Từ (1) và (2), ta được: $AH = AK + KH = 4$. Do đó, $AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$. (3)	0,25
	Do AH là đường cao xuất phát từ đỉnh góc vuông của tam giác vuông BAC nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2};$ suy ra, $\frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} = \frac{9}{400}$. Do đó, $AC = \frac{20}{3}$. (4) Từ (3) và (4) suy ra, $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + \left(\frac{20}{3}\right)^2} = \frac{25}{3}$.	0,50
6 (2,0đ)	Cho nửa đường tròn đường kính AB. a) (1,0 điểm). Trên nửa đường tròn đã cho, lấy hai điểm phân biệt M, N, sao cho cả M và N đều không trùng với A, B, và N nằm trên cung AM. Gọi I là giao điểm của AM và BN; và gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên AB. Chứng minh rằng, HI là phân giác trong của góc NHM.	

Bài	Đáp án	Điểm
		
	Theo giả thiết, ta có: $\angle ANB = \angle AMB = \angle AHI = \angle BHI = 90^\circ.$ Do đó, $AHIN$ và $HBMI$ là các tứ giác nội tiếp. Suy ra, $\angle NAI = \angle NHI$ và $\angle IBM = \angle IHM$. Mà $\angle NAI = \angle NAM = \angle NBM = \angle IBM$, nên $\angle NHI = \angle IHM$. Vì thế, HI là phân giác trong của góc NHM.	0,25
		0,25
		0,50
	b) (1,0 điểm). X là một điểm di động trên nửa đường tròn đã cho, sao cho X không trùng với A, B. Qua A, kẻ đường thẳng vuông góc với AB, cắt BX tại C. Gọi D là giao điểm của phân giác trong của góc ABX và nửa đường tròn đã cho. Hãy xác định vị trí của điểm X, sao cho $DB = DC$.	
		
	Theo giả thiết của bài ra, ta có: $\angle ABD = \angle DBX. \quad (1)$ Vì $ABXD$ là tứ giác nội tiếp, nên $\angle DXC = \angle DAB$ (do cùng bù với góc DXB). (2) Vì D nằm trên nửa đường tròn đường kính AB nên $\angle ABD + \angle DAB = 90^\circ$. (3)	0,25
	Tiếp theo, ta có: $DB = DC \Leftrightarrow \angle DCX = \angle DBX \Leftrightarrow \angle DCX = \angle ABD \text{ (do (1))}$ $\Leftrightarrow \angle DCX + \angle DXC = 90^\circ \text{ (do (2) và (3))}$ $\Leftrightarrow \angle CDX = 90^\circ. \quad (4)$	0,25
	Do (2) và $DA = DX$ (vì BD là phân giác trong của góc ABX), nên $\angle CDX = 90^\circ \Leftrightarrow \triangle DXC = \triangle DAB \Leftrightarrow XC = AB. \quad (5)$ Từ (4) và (5) suy ra: $DB = DC \Leftrightarrow XC = AB. \quad (6)$	0,25
	Do AX là đường cao xuất phát từ đỉnh góc vuông của tam giác vuông CAB nên $AB^2 = BX \cdot BC = BX(BX + XC) = BX^2 + BX \cdot XC.$ Do đó $XC = AB \Leftrightarrow AB^2 = BX^2 + BX \cdot AB \Leftrightarrow \frac{5}{4}AB^2 = BX^2 + BX \cdot AB + \frac{AB^2}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{5}{4}AB^2 = \left(BX + \frac{AB}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{5}}{2}AB = BX + \frac{AB}{2}$	0,25

Bài	Đáp án	Điểm
	$\Leftrightarrow BX = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB. \quad (7)$ Từ (6) và (7) suy ra, $DB = DC$ khi và chỉ khi X là giao điểm của nửa đường tròn đã cho và đường tròn tâm B, bán kính $\frac{\sqrt{5}-1}{2} AB$. Lưu ý: Trường hợp thí sinh xét tách riêng điều kiện cần và điều kiện đủ, điểm được phân chia như sau: - Điều kiện cần (Từ $DB = DC$ suy ra $BX = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB$): 0,75 điểm; - Điều kiện đủ (Từ $BX = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB$ suy ra $DB = DC$): 0,25 điểm.	
7 (1,0đ)	Cho a, b, c là các số nguyên. Chứng minh rằng, nếu $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 6 thì $a^{2022} + b^{2022} + c^{2022}$ cũng chia hết cho 6.	
	Xét số nguyên x tùy ý. Ta có: $x^{2022} - x^2 = (x^{2022} - x^{674}) + (x^{674} - x^{226}) + (x^{226} - x^{76}) + (x^{76} - x^{26}) + (x^{26} - x^{10}) + (x^{10} - x^4) + (x^4 - x^2). \quad (1)$	0,50
	Vì tích của 3 số nguyên liên tiếp chia hết cho 6 nên với mọi $x \in \mathbb{Z}$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, và với mọi $r \in \mathbb{N}$, ta có: $x^{3n+r} - x^{n+r} = x^r \cdot x^n (x^n - 1)(x^n + 1) \equiv 0 \pmod{6}. \quad (2)$	0,25
	Áp dụng (2) lần lượt cho $n = 674$ và $r = 0$, $n = 224$ và $r = 2$, $n = 75$ và $r = 1$, $n = 25$ và $r = 1$, $n = 8$ và $r = 2$, $n = 3$ và $r = 1$, $n = 1$ và $r = 1$, ta được: Với mọi số nguyên x, mỗi hiệu trong dấu ngoặc đơn ở vế phải của (1) đều chia hết cho 6. Do đó $x^{2022} - x^2 \equiv 0 \pmod{6} \quad \forall x \in \mathbb{Z}.$ Suy ra, với a, b, c là các số nguyên, ta có: $(a^{2022} + b^{2022} + c^{2022}) - (a^2 + b^2 + c^2) \equiv 0 \pmod{6}.$ Vì thế, nếu $a^2 + b^2 + c^2 \equiv 0 \pmod{6}$ thì $a^{2022} + b^{2022} + c^{2022} \equiv 0 \pmod{6}$.	0,25
8 (1,0đ)	Cho một dãy gồm 2023 ô vuông bằng nhau, được xếp liên tiếp nhau thành một hàng ngang. Người ta điền vào mỗi ô vuông một số nguyên dương không lớn hơn 4, sao cho tích của ba số được điền ở bất kì ba ô vuông liên tiếp nào cũng bằng 24. Hỏi, có tất cả bao nhiêu cách điền số như vậy?	
	Lần lượt từ trái qua phải, đánh số thứ tự các ô vuông bởi 1, 2, 3, ..., 2023. Xét một cách điền số thỏa mãn điều kiện đề bài. Với mỗi $k = 1, 2, 3, \dots, 2023$, kí hiệu a_k là số được điền ở ô thứ k. Khi đó, với mọi $k \in \{1; 2; 3; \dots; 2020\}$, ta có: $a_k \cdot a_{k+1} \cdot a_{k+2} = a_{k+1} \cdot a_{k+2} \cdot a_{k+3} \quad (\text{vì cùng bằng } 24).$ Suy ra, $a_k = a_{k+3}$ với mọi $k \in \{1; 2; 3; \dots; 2020\}$.	0,25
	Vì thế, ta có: $a_1 = a_4 = a_7 = \dots = a_{2020} = a_{2023},$ $a_2 = a_5 = a_8 = \dots = a_{2021},$ $a_3 = a_6 = a_9 = \dots = a_{2022}.$	0,25

Bài	Đáp án	Điểm
	Như vậy, các số được điền ở các ô, từ thứ 4 đến thứ 2023, được xác định một cách duy nhất bởi các số được điền ở 3 ô đầu tiên. Suy ra, số cách điền số thỏa mãn đề bài chính bằng số cách điền số vào 3 ô đầu tiên, sao cho ở mỗi ô được điền một số nguyên dương không vượt quá 4 và tích của ba số được điền bằng 24. (1)	
	Dễ thấy, tích của ba số nguyên dương không vượt quá 4 bằng 24 khi và chỉ khi ba số đó là 2, 3, 4. Vì thế, số cách điền số vào ba ô đầu tiên, thỏa mãn điều kiện được nêu ở (1), chính bằng số cách điền ba số 2, 3, 4 vào ba ô đó, sao cho ở mỗi ô được điền một số và hai số được điền ở hai ô khác nhau là khác nhau. (2)	0,25
	Nhận thấy, có 3 phương án thực hiện việc điền số vào ô thứ nhất, với mỗi phương án, có 2 phương án thực hiện việc điền số vào ô thứ hai, và với mỗi phương án thực hiện việc điền số vào hai ô đầu, có 1 phương án thực hiện việc điền số vào ô thứ ba. Vì vậy, số cách điền số vào ba ô đầu tiên, thỏa mãn điều kiện được nêu ở (2), bằng $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Vậy, có tất cả 6 cách điền số thỏa mãn yêu cầu đề bài.	0,25

HẾT

PHỤ LỤC

Lời giải khác cho bài 2b) và bài 6.

2b) (0,75đ)	Giả sử x_0 là một nghiệm của phương trình đã cho. Hãy tính giá trị của biểu thức $P = \frac{x_0^2}{4x_0^4 + 1}$.	
	Vì x_0 là một nghiệm của phương trình đã cho nên $x_0 \in \left\{ \frac{5 - \sqrt{17}}{4}; \frac{5 + \sqrt{17}}{4} \right\}$. • Trường hợp 1: $x_0 = \frac{5 - \sqrt{17}}{4}$. Khi đó, ta có: $x_0^2 = \frac{(5 - \sqrt{17})^2}{16} = \frac{21 - 5\sqrt{17}}{8}$. Suy ra $4x_0^4 + 1 = 4 \cdot \frac{(21 - 5\sqrt{17})^2}{64} + 1 = \frac{441 - 105\sqrt{17}}{8} = \frac{21(21 - 5\sqrt{17})}{8}.$ Do đó, $P = \frac{x_0^2}{4x_0^4 + 1} = \frac{1}{21}$.	0,50
6 (1,0đ)	• Trường hợp 2: $x_0 = \frac{5 + \sqrt{17}}{4}$. Bằng cách tính toán như ở trường hợp 1, ta được: $x_0^2 = \frac{21 + 5\sqrt{17}}{8} \text{ và } 4x_0^4 + 1 = \frac{21(21 + 5\sqrt{17})}{8}.$ Do đó, $P = \frac{x_0^2}{4x_0^4 + 1} = \frac{1}{21}$. • Vậy, với x_0 là nghiệm của phương trình đã cho, ta có $P = \frac{1}{21}$.	0,25
	Với x là số nguyên tùy ý, ta có $x^2 \equiv 0, 1, 3, 4 \pmod{6}$. Do đó, $a^2 + b^2 + c^2 \equiv 0 \pmod{6}$ khi và chỉ khi xảy ra một trong bốn trường hợp sau: - Cả ba số a^2, b^2, c^2 cùng chia hết cho 6; - Cả ba số cùng chia 6 dư 4; - Trong ba số a^2, b^2, c^2, có một số chia hết cho 6 và hai số còn lại cùng chia 6 dư 3; - Trong ba số a^2, b^2, c^2, có một số chia 6 dư 4 và hai số còn lại cùng chia 6 dư 1.	0,25
6 (1,0đ)	Xét: • Trường hợp 1: Cả ba số a^2, b^2, c^2 cùng chia hết cho 6. Khi đó, hiển nhiên có $a^{2022} + b^{2022} + c^{2022} \equiv 0 \pmod{6}$. • Trường hợp 2: Cả ba số a^2, b^2, c^2 cùng chia 6 dư 4. Khi đó, ta có: $a^{2022} \equiv b^{2022} \equiv c^{2022} \equiv 4^{1011} \pmod{6}. \quad (1)$ Để thấy, với mọi số nguyên dương n, nếu $4^n \equiv 4 \pmod{6}$ thì $4^{n+1} \equiv 4 \pmod{6}$. Do đó, vì $4^1 \equiv 4 \pmod{6}$ nên suy ra $4^{1011} \equiv 4 \pmod{6}$. Vì thế, từ (1), ta có: $a^{2022} \equiv b^{2022} \equiv c^{2022} \equiv 4 \pmod{6}.$	0,25

	Suy ra, $a^{2022} + b^{2022} + c^{2022} \equiv 4 + 4 + 4 \equiv 0 \pmod{6}$. • <i>Trường hợp 3:</i> Trong ba số a^2, b^2, c^2, có một số chia hết cho 6 và hai số còn lại cùng chia 6 dư 3. Không mất tổng quát, giả sử $a^2 \equiv 0 \pmod{6}$ và $b^2 \equiv c^2 \equiv 3 \pmod{6}$. Khi đó, $a^{2022} \equiv 0 \pmod{6}$ và $b^{2022} \equiv c^{2022} \equiv 3^{1011} \pmod{6}$. (2) Dễ thấy, với mọi số nguyên dương n, nếu $3^n \equiv 3 \pmod{6}$ thì $3^{n+1} \equiv 3 \pmod{6}$. Do đó, vì $3^1 \equiv 3 \pmod{6}$ nên suy ra $3^{1011} \equiv 3 \pmod{6}$. Vì thế, từ (2), ta có: $b^{2022} \equiv c^{2022} \equiv 3 \pmod{6}.$ Suy ra, $a^{2022} + b^{2022} + c^{2022} \equiv 0 + 3 + 3 \equiv 0 \pmod{6}$.	0,25
	• <i>Trường hợp 4:</i> Trong ba số a^2, b^2, c^2, có một số chia 6 dư 4 và hai số còn lại cùng chia 6 dư 1. Không mất tổng quát, giả sử $a^2 \equiv 4 \pmod{6}$ và $b^2 \equiv c^2 \equiv 1 \pmod{6}$. Khi đó, với lưu ý tới việc xét trường hợp 1, ta có: $a^{2022} \equiv 4 \pmod{6} \text{ và } b^{2022} \equiv c^{2022} \equiv 1 \pmod{6}.$ Suy ra, $a^{2022} + b^{2022} + c^{2022} \equiv 4 + 1 + 1 \equiv 0 \pmod{6}$.	0,25