

Bài 1. a) Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{2+\sqrt{2}} - \sqrt{19-6\sqrt{2}}$

b) Giải phương trình $\sqrt{x^2+x+6} = 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x+1}$

Bài 2. Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d): $y = -2\sqrt{m}x + \sqrt{m} + 2$ (m là tham số và m không âm)

a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy

b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$

sao cho $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = 126$

Bài 3. Trong thời kì dịch bệnh Covid-19, một cửa hàng lên kế hoạch kinh doanh hai loại mặt hàng là khẩu trang (bán theo hộp) và nước sát khuẩn (bán theo chai). Theo dự tính, lợi nhuận khi bán khẩu trang là 10% và khi bán nước sát khuẩn là 8%. Cửa hàng vay ngân hàng 100.000.000 đồng với lãi suất 0,8% mỗi tháng theo hình thức lãi kép (nghĩa là lãi tháng trước được nhập vào vốn để tính lãi ở tháng tiếp theo) để mua 2.000 hộp khẩu trang với giá mỗi hộp là 30.000 đồng và 400 chai nước sát khuẩn với giá mỗi chai là 100.000 đồng để bắt đầu kinh doanh. Biết mỗi tháng số hộp khẩu trang bán ra là bằng nhau, số chai nước sát khuẩn bán ra cũng bằng nhau và tổng doanh thu mỗi tháng của hai mặt hàng kể cả lợi nhuận là 54.600.000 đồng. Hỏi khi bán hết lô hàng trên thì cửa hàng lời hay lỗ với số tiền bao nhiêu? Biết rằng khi bán hết hàng thì cửa hàng mới thanh toán tiền vay ngân hàng.

Bài 4. a) Tìm tất cả các số nguyên dương n để $n^5 + n^4 + 1$ là số nguyên tố

b) Cho x, y là các số thực dương.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(\frac{x+y}{2} - \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x+y} + \frac{3}{4} \right) \left(4040 + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right)$

Bài 5. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B sao cho giao điểm của AB và OO' nằm giữa O và O'. Gọi C và D lần lượt là điểm đối xứng của A qua O và O'.

a) Chứng minh rằng OO' vuông góc với AB

b) Gọi E là giao điểm thứ hai của CA với đường tròn (O'), F là giao điểm thứ hai của DA với đường tròn (O). Chứng minh rằng AD. AF = AC. AE

c) Tính $\widehat{AFB} + \widehat{AEF} + \widehat{ABE}$

Bài 6. Trong kỹ thuật xây dựng, khái niệm "sắt phi 20, kí hiệu Ø20" dùng để chỉ thanh sắt hình trụ có đường kính đáy bằng 20 mm. Để tính khối lượng của thanh sắt hình trụ đặc dài 1 mét người ta dùng công thức gần đúng $m_\phi = R^2 : 40,5$ (kg) với R là bán kính đáy (tính bằng đơn vị milimet). Từ thanh sắt phi 20 dài 1 dm người ta dùng máy gọt thành mũi giáo nhọn một đầu với chiều dài và bán kính đáy không thay đổi (hình minh họa). Tính gần đúng khối lượng sắt đã bị gọt bỏ.

