SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC: 2024 – 2025
Bài thi: TOÁN
Dành cho thí sinh dự thi vào các lớp chuyên: Toán, Tin học
Thời gian làm bài: 150 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Câu 1:

Cho biểu thức $A=\dfrac{x\sqrt{x}+26\sqrt{x}-19}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{6}{\sqrt{x}+3}+1$ với $x\geq 0, x\neq 1$

1. Rút gọn A
2. Tìm x để $\left(\sqrt{x}+3\right)A=10\sqrt{x}$

Câu 2:

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): y = -2x + 3 và parabol (P): $y=x^2$. Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P).

2. Tìm các nghiệm nguyên của phương trình $x^2-2y(x-y)=2-2x$

Câu 3:

1. Giải phương trình $x^2+x+2-(x+2)\sqrt{x^2-x+2}=0$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+y^2=5\\x^3+2y^3=10x+10y\end{cases}$

Câu 4:

1. Cho tam giác ABC vuông tại B (BC > AB) nội tiếp trong đường tròn tâm O, đường kính AC = 2R. .Kẻ dây cung BD vuông góc với AC, H là giao điểm của AC và BD. Trên HC lấy điểm E sao cho E đối xứng với A qua H. Đường tròn tâm O' đường kính EC cắt đoạn BC tại I (I khác C)

a) Chứng minh HI là tiếp tuyến của đường tròn đường kính EC

b) Khi điểm B thay đổi thì điểm H cũng thay đổi. Tìm vị trí của điểm H trên đoạn AC để diện tích tam giác O'IH là lớn nhất

2. Một xô bằng tôn dạng hình nón cụt (giả sử mép không đáng kể, đáy nhỏ bị bịt tôn) có các bán kính đáy là 17cm và 10cm, chiều cao 24cm. Tính diện tích tôn để làm xô.

Câu 5: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases}a>0, b>0, c\geq 2009\\a+b+c=2025\end{cases}$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P = abc.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1.

a) $A=\dfrac{x\sqrt{x}+26\sqrt{x}-19}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{6}{\sqrt{x}+3}+1$

$=\dfrac{x\sqrt{x}+26\sqrt{x}-19-2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)-6(\sqrt{x}-1)+(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$

$=\dfrac{x\sqrt{x}+26\sqrt{x}-19-2x-6\sqrt{x}-6\sqrt{x}+6+x+2\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$

$=\dfrac{x\sqrt{x}-x+16\sqrt{x}-16}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$

$=\dfrac{x(\sqrt{x}-1)+16(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$

$=\dfrac{x+16}{\sqrt{x}+3}$

b) $\left(\sqrt{x}+3\right)A=10\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow x+16=10\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow x-10\sqrt{x}+16=0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-8)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=2\\ \sqrt{x}=8\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=4\\ x=64\end{array}\right.(tm)$

Vậy $x\in\{4;64\}$

Bài 2:

a) Phương trình hoành độ giao điểm:

$x^2=-2x+3$

$\Leftrightarrow x^2+2x-3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\ y=1\end{cases}\\ \begin{cases}x=-3\\ y=9\end{cases}\end{array}\right.$

Vậy tọa độ giao điểm của (d) và (P) là A(1; 1) và B(-3; 9)

b) Phương trình: $x^2-2y(x-y)=2-2x$

$\Leftrightarrow x^2-2xy+2y^2=2-2x$

$$\Leftrightarrow x^2+2x(1-y)+2y^2-2=0$$

Có: $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow y^2-2y+1-2y^2+2 \geq 0$

$$\Leftrightarrow -y^2-2y+3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq y \leq 1$$

Nên y = -3; x = -4

y = -2 (loại)

y = -1 thì x = -4 hoặc x = 0

y = 0 (loại)

y = 1 thì x = 0

Vậy $(x,y) \in \{(-4;-3);(-4;-1);(0;-1);(0;1)\}$

Câu 3:

1) $x^2+x+2-(x+2)\sqrt{x^2-x+2}=0$

Đặt $\sqrt{x^2-x+2}=a(a>0)$

Phương trình trở thành $x^2+x+2=a^2+2x$

Thay vào phương trình ta có

$$a^2+2x-xa-2a=0$$

$$\Leftrightarrow a(a-x)+2(x-a)=0$$

$$\Leftrightarrow (a-x)(a-2)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=x \\ a=2 \end{array}\right.$$

TH1: a = x (x > 0)

$\Rightarrow x^2-x+2=x^2$

$\Rightarrow x=2$ (thỏa mãn)

TH2: a = 2 (thỏa mãn a > 0)

$\Rightarrow x^2-x+2=4$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-2)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right. (tm)$

Vậy $x \in \{-1;2\}$.

2) $\left\{\begin{array}{l} x^2+y^2=5 \\ x^3+2y^3=10x+10y \end{array}\right.$

Nhân chéo: $10x^3+10xy^2+10y^3+10x^2y=5x^3+10y^3$

$$\Leftrightarrow 5x^3+10xy^2+10x^2y=0$$

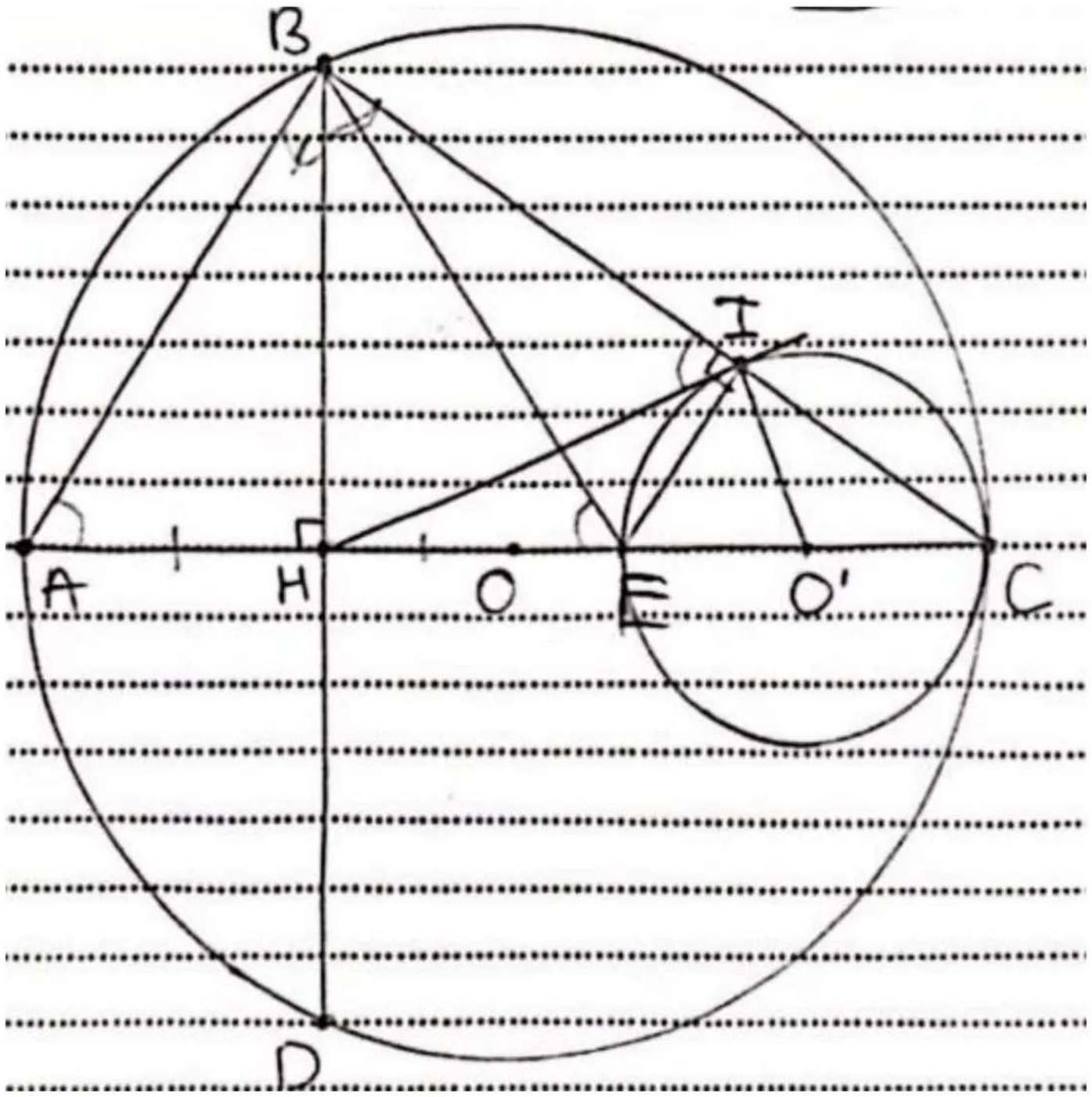
$$\Leftrightarrow 5x(x^2+2xy+2y^2)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+2xy+2y^2=0(vl) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow y = \pm\sqrt{5}$$

Thử lại ta có các nghiệm thỏa mãn $(x, y) \in \left\{(0, \sqrt{5}); (0, -\sqrt{5})\right\}$

Câu 4:



a) Do đường tròn đường kính EC cắt BC tại I nên $BIE = CIE = 90^\circ$ (1)

Mà theo giả thiết, BD vuông AC tại H $\Rightarrow BHE = 90^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra BHEI nội tiếp

$$\Rightarrow HIE = HBE \quad (3)$$

Do A đối xứng E qua H, BH vuông AE nên BH là phân giác của ABE

$$\Rightarrow ABH = HBE \quad (4)$$

Có $ABC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow ABH = ACB$ (vì cùng phụ BAH) (5)

Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow HIE = ACB \Rightarrow HIE = ECI$

Do đó: HI là tiếp tuyến của đườn tròn đường kính EC

Vậy ta có đpcm.

b) Do HI là tiếp tuyến của (O') đường kính EC nên $HIO' = 90^\circ$

Do đó: $S_{O'IH} = \frac{1}{2} O'I.IH; O'I^2 + IH^2 = HO'^2$

Mà $O'I.IH \le \frac{O'I^2 + IH^2}{2} = \frac{O'H^2}{2}$

$$\Rightarrow S_{O'IH} \le \frac{O'H^2}{4}$$

Mặt khác AC = AE + EC = 2HE + 2EO’ = 2HO’ = 2R

$$\Rightarrow HO' = R$$

Vì thế $S_{O'IH} \le \frac{R^2}{4}$

Dấu “=” xảy ra khi IH = IO’ = $\frac{EC}{2}$

Mà $HIB = HEB$ (BHEI nội tiếp)

$= HAB = HBC$ (cùng phụ ABH)

Nên tam giác HIB cân tại H

Suy ra: HI = HB

Do đó: $\frac{EC}{2} = HB \Rightarrow \frac{EC^2}{4} = HB^2$

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC, đường cao BH

$$HB^2 = HA.HC$$

$$\Rightarrow \frac{EC^2}{4} = HA.HC = \frac{(HC - HA)^2}{4} \quad (*)$$

(do EC = HC – HE = HC – HA)

Đặt HA = x (x > 0) thì HC = 2R – x

Từ (*) $\Rightarrow x(2R - x) = \frac{(2R - x - x)^2}{4} = (R - x)^2$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4Rx + R^2 = 0$$

Do 0 < x < 2R nên $x = \frac{2-\sqrt{2}}{2}R \Rightarrow HA = \frac{2-\sqrt{2}}{2}R$

Vậy H nằm trên AC sao cho $HA = \frac{2-\sqrt{2}}{2}R$ thì $S_{O'IH}$ lớn nhất

2)

$$S = S_{xq} + S_{daynho}$$

$$S = \pi(r_1 + r_2)l + \pi r_1^2 (r_1 = 10, r_2 = 17)$$

(có $l = \sqrt{h^2 + (r_2 - r_1)^2} = 25$)

$$\Rightarrow S = \pi(17+10).25 + \pi.10^2 = 775\pi(cm^2)$$

Vậy diện tích tôn để làm xô là $775\pi(cm^2)$.

Câu 5:

$$2025 = a + b + \frac{c}{\frac{2009}{8}} + \frac{2001.c}{2009}$$

$$\geq 3\sqrt[3]{\frac{8abc}{2009}} + 2001$$

$$\Rightarrow 3\sqrt[3]{\frac{8abc}{2009}} \leq 24$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{8abc}{2009}} \leq 8$$

$$\Rightarrow \frac{8abc}{2009} \leq 512$$

$$\Rightarrow abc \leq 128576$$

Dấu đẳng thức $\Leftrightarrow a = c = \frac{c}{\frac{2009}{8}} \Leftrightarrow a = b = 8; c = 2009$