

Câu 1. (5,0 điểm)

a) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x) = -(x+2)(x-4)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Xét tính đơn điệu của hàm số $y = f(x^2 - 3x)$.

b) Cho hàm số $y = f(x) = (x+2)(x-1)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f^2(x) - 2f(x) - m|$ có 9 điểm cực trị.

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Giải bất phương trình $(2 + \sqrt{3})^x - 2 \cdot (2 - \sqrt{3})^x > 1$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2(2x+m) - 2\log_2 x = x^2 - 4x - 2m - 1$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Câu 3. (5,0 điểm)

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ biết $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° .

a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và SC .

b) Lấy các điểm M, P lần lượt thuộc cạnh AD, SC sao cho $\frac{AM}{AD} = \frac{1}{2}$, $\frac{SP}{SC} = \frac{3}{5}$. Gọi N là giao điểm của SD với mặt phẳng (BMP) . Tính thể tích của khối đa diện $SABMNP$.

Câu 4. (4,0 điểm)

Cho tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 2016\}$.

a) Hỏi có bao nhiêu tập con gồm 3 phần tử khác nhau chọn từ tập S , sao cho 3 số được chọn là độ dài 3 cạnh của một tam giác mà cạnh lớn nhất độ dài là 1000.

b) Chọn ngẫu nhiên 3 số khác nhau từ tập S . Tính xác suất sao cho 3 số được chọn là độ dài 3 cạnh của một tam giác mà cạnh lớn nhất độ dài là số chẵn.

Câu 5. (2,0 điểm)

a) Cho $x, y > 0$ và thỏa mãn $xy \geq 1$. Chứng minh rằng $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} \geq \frac{2}{1+\sqrt{xy}}$.

b) Cho a, b, c là các số thực tùy ý thỏa mãn điều kiện $a \geq b \geq c > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{1}{2} \left(\frac{b}{a+b} + \frac{c}{c+b} \right) + \frac{3a}{a+c}.$$

----- **HẾT** -----

<https://toanmath.com/>

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ kí của giám thị 1: Chữ kí của giám thị 2:



ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI - SỞ LÀO CAI
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn: Toán 12

HỌC HỎI - CHỈ SẴN KIẾN THỨC

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

LINK NHÓM <https://www.facebook.com/groups/1916660125164699>

Câu 1. (5,0 điểm)

- a) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x) = -(x+2)(x-4)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Xét tính đơn điệu của hàm số $y = f(x^2 - 3x)$.
- b) Cho hàm số $y = f(x) = (x+2)(x-1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = g(x) = |f^2(x) - 2f(x) - m|$ có 9 điểm cực trị.

Câu 2. (4,0 điểm)

- a) Giải bất phương trình $(2 + \sqrt{3})^x - 2 \cdot (2 - \sqrt{3})^x > 1$.
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2(2x+m) - 2\log_2 x = x^2 - 4x - 2m - 1$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Câu 3. (5,0 điểm)

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ biết $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .

- a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và SC .
- b) Lấy các điểm M, P lần lượt thuộc các cạnh AD, SC sao cho $\frac{AM}{AD} = \frac{1}{2}, \frac{SP}{SC} = \frac{3}{5}$. Gọi N là giao điểm của SD và mặt phẳng (BMP) . Tính thể tích của khối đa diện $S.ABMNP$.

Câu 4. (4,0 điểm)

Cho tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 2016\}$.

- a) Hỏi có bao nhiêu tập con gồm 3 phần tử khác nhau chọn từ tập S sao cho 3 số được chọn là độ dài ba cạnh của một tam giác mà cạnh lớn nhất có độ dài là 1000.
- b) Chọn ngẫu nhiên 3 số khác nhau từ tập S . Tính xác suất sao cho 3 số được chọn là độ dài ba cạnh của một tam giác mà cạnh lớn nhất có độ dài là số chẵn.

Câu 5. (2,0 điểm)

- a) Cho $x, y > 0$ và thỏa mãn $xy \geq 1$. Chứng minh rằng $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} \geq \frac{2}{1+\sqrt{xy}}$.

b) Cho a, b, c là các số thực tùy ý thỏa mãn điều kiện $a \geq b \geq c > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{1}{2} \left(\frac{b}{a+b} + \frac{c}{c+b} \right) + \frac{3a}{a+c}$.

-----HẾT-----