

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu)

Môn thi: TOÁN

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 02/4/2022

Câu 1. (4,0 điểm)

1. Cho x và y là các số thực thỏa mãn $x - y = -4$ và $xy = -2$. Tìm giá trị của biểu thức $P = x^3 - y^3$.
2. Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $\sqrt{a + \frac{1}{a}} + \sqrt{b + \frac{1}{b}} = \sqrt{a + \frac{1}{b}} + \sqrt{b + \frac{1}{a}}$. Chứng minh $a = b$.

Câu 2. (3,0 điểm)

1. Giải phương trình $\sqrt{9x - 5} + 1 = 3\sqrt{2 - x}(\sqrt{9x - 5} - 1)$.
2. Cho đường thẳng $d: y = mx + m - 1$, với m là tham số thực và $m \neq 0$.
 - a) Đường thẳng d cắt hai trục Ox và Oy lần lượt tại A và B . Tìm tọa độ của A và B theo m .
 - b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn tâm O bán kính $\frac{1}{5}$.

Câu 3. (7,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A ($AB > BC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Kẻ các đường cao AD và BH của tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của BH . AM cắt đường tròn (O) tại N ($N \neq A$).

- a) Chứng minh rằng $DM \perp BH$ và $BMDN$ là một tứ giác nội tiếp. Từ đó chỉ ra $BN \perp DN$.
- b) Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại S . SN cắt đường tròn (O) tại E ($E \neq N$).

Chứng minh rằng $SB^2 = SN \cdot SE$ và $ODNE$ là một tứ giác nội tiếp.

- c) Chứng minh rằng ba điểm C , O và E thẳng hàng.

- d) Chứng minh rằng nếu đường thẳng SN đi qua trung điểm của đoạn thẳng BD thì $\tan \widehat{BAC} = \sqrt{2}$.

Câu 4. (3,0 điểm)

1. Chứng minh rằng nếu n là một số chính phương thì $n^3 - n$ chia hết cho 60.
2. Tìm tất cả các bộ ba số nguyên tố (p, q, r) thỏa mãn $q > 2$ và $p = q^2 + r^3$.

Câu 5. (3,0 điểm)

1. Cho x, y, z là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng

$$\frac{x}{\sqrt{x+y-z}} + \frac{y}{\sqrt{y+z-x}} + \frac{z}{\sqrt{z+x-y}} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}.$$

2. Trên bảng cho một dãy gồm n số nguyên dương đầu tiên ($n \in \mathbb{N}$, $n > 3$) được sắp xếp theo thứ tự tăng dần từ 1 đến n . Bạn An xóa đi ba số hạng liên tiếp trong dãy, sau đó tính tổng tất cả các số còn lại trên bảng thì nhận được kết quả bằng 2022. Tìm ba số mà bạn An đã xóa.

Hết

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.