

Câu 1.(3,00 điểm) Cho biểu thức: $A = \sqrt{x + \frac{3}{4}} + \sqrt{x + \frac{1}{2}} + x$.

- a) Tìm điều kiện của x để A có nghĩa.
b) Tính x khi $A = 2$.

Câu 2.(4,00 điểm) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 505x + 253y = 2022 \\ x^3 + 3(x^2 + y^2) + 4x = y^3 + 4y - 4. \end{cases}$$

Câu 3.(3,00 điểm) Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $2(x + y) + 4 = 5xy$.

Câu 4.(3,00 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$, C là trung điểm của OA , M là một điểm thuộc (O) sao cho $MA > MB$. Đường thẳng MC cắt (O) tại D (D khác M), đường thẳng qua D và vuông góc với AB cắt (O) tại E (E khác D), đường thẳng ME cắt đường thẳng AB tại F .

a) Chứng minh $AF = AO$.

b) Đường thẳng qua M song song với DE cắt AB tại H và cắt (O) tại điểm thứ hai N .

Chứng minh rằng 3 điểm F, D, N thẳng hàng.

c) Trong trường hợp $EF = MC$, tính độ dài đoạn thẳng CH theo R .

Câu 5.(5,00 điểm)

a) Cho a, b, c là 3 số dương. Chứng minh rằng: $\frac{2ab}{a+b} + \frac{2bc}{b+c} + \frac{2ca}{c+a} \leq a+b+c$.

b) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $\frac{1}{\left(1+\frac{y}{x}\right)^2} + \frac{1}{\left(1+\frac{z}{y}\right)^2} = \frac{1}{1+\frac{z}{x}}$.

Chứng minh rằng $x = y = z$.

Câu 6.(2,00 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AD . Gọi E, F, G lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ABD, ACD, ABC . Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng AG

và EF . Chứng minh rằng $\frac{1}{HG} = \frac{1}{HA} + \frac{1}{HE} + \frac{1}{HF}$.

-----Hết-----