

**SỞ GD&ĐT QUẢNG BÌNH****KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT****NĂM HỌC 2024 - 2025****ĐỀ CHÍNH THỨC****Khóa ngày 04/6/2024****Môn: TOÁN (CHUYÊN)**

SBD: .....

**Thời gian làm bài: 150 phút** (không kể thời gian giao đề)*Đề có 01 trang gồm 5 câu***Câu I (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $A = \left( \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left( \frac{2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+3} - 1 \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

1) Rút gọn biểu thức A

2) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

**Câu II (2,0 điểm).**1) Giải phương trình  $\sqrt{3x+6} + \sqrt{x+3} = 5$ .2) Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x - m^2 - 2m - 2 = 0$  (1), với m là tham số.

Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, phương trình (1) luôn có hai

nghiệm  $x_1, x_2$  trái dấu. Khi đó, tìm m để biểu thức  $B = \frac{x_1 + m + 1}{x_2} + \frac{x_2 + m + 1}{x_1}$  đạt

giá trị lớn nhất.

**Câu III (1,0 điểm).**Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh  $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 2$ .**Câu IV (3,5 điểm).**

Cho đường tròn (O) và dây cung AB không đi qua O. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm H khác B sao cho  $AH > BH$ . Đường thẳng qua H vuông góc với AB cắt cung lớn AB của (O) tại M. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên MA, MB. Đường thẳng qua M vuông góc với EF cắt AB, FH và cung nhỏ AB của (O) lần lượt tại D, K, N. Chứng minh rằng:

a) Các tứ giác MEHF và AMHK nội tiếp.

b) AN song song với HE.

c)  $\frac{AM^2}{BM^2} = \frac{AH}{BH} \cdot \frac{AD}{BD}$ .**Câu V (1,5 điểm).**

Cho a, b là các số nguyên thỏa mãn  $(a^2 + 3ab)^5 + (b^2 - ab)^5 = 2^{2016} + 1$ . Chứng minh  $a + b$  chia hết cho 5.

..... **Hết** .....



**SỞ GD&ĐT QUẢNG BÌNH**

**HƯỚNG DẪN CHẤM**  
**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**  
**NĂM HỌC 2024 -2025**  
**Khóa ngày 04/6/2024**  
**Môn: TOÁN (CHUYÊN)**  
*(Hướng dẫn chấm gồm có 05 trang)*

- \* Đáp án chỉ trình bày một lời giải cho mỗi câu. Trong bài làm của học sinh yêu cầu phải lập luận logic chặt chẽ, đầy đủ, chi tiết rõ ràng.
- \* Trong mỗi câu, nếu học sinh giải sai ở bước giải trước thì cho điểm 0 đối với những bước sau có liên quan.
- \* Điểm thành phần của mỗi câu được phân chia đến 0,25 điểm. Đối với điểm là 0,5 điểm thì tùy tổ giám khảo thống nhất để chiết thành từng 0,25 điểm.
- \* Đối với Câu IV, học sinh không vẽ hình thì cho điểm 0. Trường hợp học sinh có vẽ hình, nếu vẽ sai ở ý nào thì cho điểm 0 ở ý đó.
- \* Học sinh có lời giải khác đáp án (nếu đúng) vẫn cho điểm tối đa tùy theo mức điểm từng câu.
- \* Điểm của toàn bài là tổng (không làm tròn số) của điểm tất cả các câu.

| Câu      | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Điểm |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>I</b> | Cho biểu thức $A = \left( \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left( \frac{2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+3} - 1 \right)$ (với $x \geq 0, x \neq 9$ ).<br>1. Rút gọn biểu thức $A$ .<br>2. Tìm tất cả các giá trị nguyên của $x$ để $A$ nhận giá trị nguyên.                                     |      |
|          | Với $x \geq 0, x \neq 9$ , ta có:<br>$A = \frac{2x - 6\sqrt{x} + x + 3\sqrt{x} - 3x - 3}{x - 9} : \frac{2\sqrt{x} + 4 - \sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3}$                                                                                                                                                                                        | 0.5  |
|          | $= \frac{-3\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} \cdot \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} = \frac{-3}{\sqrt{x} - 3}$                                                                                                                                                                                                                   | 0.5  |
|          | Vì $x$ nguyên nên $A$ nhận giá trị nguyên khi và chỉ khi $\sqrt{x} - 3$ là ước số của 3                                                                                                                                                                                                                                                     | 0.25 |
| <b>2</b> | $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - 3 = -3 \\ \sqrt{x} - 3 = -1 \\ \sqrt{x} - 3 = 1 \\ \sqrt{x} - 3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 0 \\ \sqrt{x} = 2 \\ \sqrt{x} = 4 \\ \sqrt{x} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = 16 \\ x = 36 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ | 0.5  |





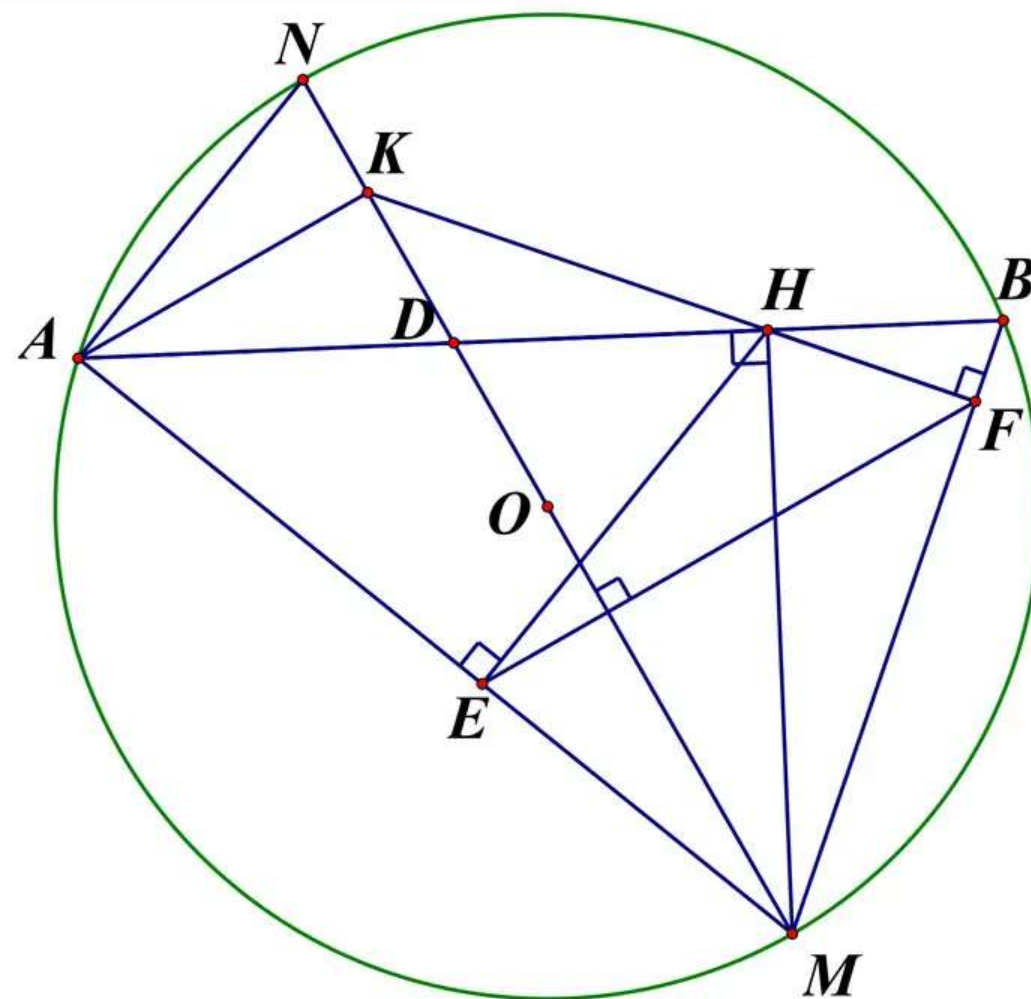
|    |   |                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
|----|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|    |   | Vậy $x \in \{0; 4; 16; 36\}$ thì $A$ nhận giá trị nguyên.                                                                                                                                                                                                                     | 0.25 |
| II | 1 | 1. Giải phương trình $\sqrt{3x+6} + \sqrt{x+3} = 5$ .                                                                                                                                                                                                                         |      |
|    |   | 2. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x - m^2 - 2m - 2 = 0$ (1) (với $m$ là tham số). Chứng minh với mọi $m$ , phương trình (1) luôn có hai nghiệm $x_1, x_2$ trái dấu. Khi đó, tìm $m$ để biểu thức $B = \frac{x_1 + m + 1}{x_2} + \frac{x_2 + m + 1}{x_1}$ đạt giá trị lớn nhất. |      |
|    |   | ĐK: $x \geq -2$ .                                                                                                                                                                                                                                                             | 0.25 |
|    |   | $\sqrt{3x+6} + \sqrt{x+3} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{3x+6} - 3 + \sqrt{x+3} - 2 = 0$                                                                                                                                                                                           | 0.25 |
|    |   | $\Leftrightarrow \frac{3x-3}{\sqrt{3x+6}+3} + \frac{x-1}{\sqrt{x+3}+2} = 0$                                                                                                                                                                                                   | 0.25 |
|    |   | $\Leftrightarrow (x-1) \left( \frac{3}{\sqrt{3x+6}+3} + \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} \right) = 0$                                                                                                                                                                                   |      |
|    | 2 | $\Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn)<br>(vì $\frac{3}{\sqrt{3x+6}+3} + \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} > 0$ với mọi $x \geq -2$ )                                                                                                                                                        | 0.25 |
|    |   | Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$ .                                                                                                                                                                                                                                          |      |
|    |   | Vì $ac = -m^2 - 2m - 2 = -(m+1)^2 - 1 < 0$ với mọi $m$ nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm trái dấu.                                                                                                                                                                      | 0.25 |
|    |   | Theo Vi ét ta có $x_1 + x_2 = 2(m+1), x_1x_2 = -m^2 - 2m - 2$                                                                                                                                                                                                                 |      |
|    | 2 | Ta có $B = \frac{x_1 + m + 1}{x_2} + \frac{x_2 + m + 1}{x_1}$                                                                                                                                                                                                                 | 0.25 |
|    |   | $= \frac{x_1^2 + x_2^2 + (m+1)(x_1 + x_2)}{x_1x_2}$                                                                                                                                                                                                                           |      |
|    |   | $= \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + (m+1)(x_1 + x_2)}{x_1x_2}$                                                                                                                                                                                                                 |      |
|    |   | $= \frac{4(m+1)^2 + 2(m+1)(m+1)}{-m^2 - 2m - 2} - 2$                                                                                                                                                                                                                          | 0.25 |
|    |   | $= -2 - \frac{6(m+1)^2}{(m+1)^2 + 1} \leq -2, \forall m \in \mathbb{R}.$                                                                                                                                                                                                      |      |
|    |   | Dấu bằng xảy khi và chỉ khi $m = -1$ .<br>Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |





|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>III</b> | Cho $a, b, c$ là các số thực dương. Chứng minh<br>$\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 2.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |
|            | Với $a, b, c > 0$ , ta có $\sqrt{\frac{b+c}{a}} = \sqrt{\frac{b+c}{a}} \cdot 1 \leq \frac{\frac{b+c}{a} + 1}{2} = \frac{a+b+c}{2a}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0.25 |
|            | Suy ra $\sqrt{\frac{a}{b+c}} \geq \frac{2a}{a+b+c}$<br>Tương tự $\sqrt{\frac{b}{c+a}} \geq \frac{2b}{a+b+c}; \sqrt{\frac{c}{a+b}} \geq \frac{2c}{a+b+c}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.25 |
|            | Do đó<br>$\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} \geq \frac{2a}{a+b+c} + \frac{2b}{a+b+c} + \frac{2c}{a+b+c} = 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0.25 |
|            | Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{b+c}{a} = 1 \\ \frac{c+a}{b} = 1 \Rightarrow a+b+c = 0 \text{ (vô lí)} \\ \frac{a+b}{c} = 1 \end{cases}$<br>Vậy $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 2.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0.25 |
| <b>IV</b>  | Cho đường tròn $(O)$ và dây cung $AB$ không đi qua tâm $O$ . Trên đoạn thẳng $AB$ lấy điểm $H$ khác $B$ sao cho $AH > BH$ . Đường thẳng qua $H$ vuông góc với $AB$ cắt cung lớn $AB$ của $(O)$ tại $M$ . Gọi $E, F$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $H$ trên $MA, MB$ . Đường thẳng qua $M$ vuông góc với $EF$ cắt $AB, FH$ và cung nhỏ $AB$ của $(O)$ lần lượt tại $D, K$ và $N$ . Chứng minh rằng:<br>1. Các tứ giác $MEHF$ và $AMHK$ nội tiếp.<br>2. $AN$ song song $HE$ .<br>3. $\frac{AM^2}{BM^2} = \frac{AH}{BH} \cdot \frac{AD}{BD}.$ |      |





Tứ giác  $MEHF$  có  $HEM = HFM = 90^\circ$

0.25

Suy ra  $HEM + HFM = 180^\circ$

Vậy tứ giác  $MEHF$  nội tiếp.

0.5

1 Ta có  $HKM + HFE = 90^\circ$  (vì  $MK \perp EF$ )  
 $HAM + HME = 90^\circ$  (cùng phụ với  $MHA$ )  
 Mà  $HFE = HME$  (do  $MEHF$  nội tiếp)

0.5

Suy ra  $HKM = HAM$

Do đó tứ giác  $AMHK$  nội tiếp.

0.25

Ta có  $ANM = ABM$  (cùng chắn  $AM$ ) (1)

Mà tứ giác  $MEHF$  nội tiếp suy ra  $HEF = HMF$

Mặt khác  $HEF = NMA$  (cùng phụ với  $FEM$ )

0.5

2 Suy ra  $HMF = NMA$  (2)

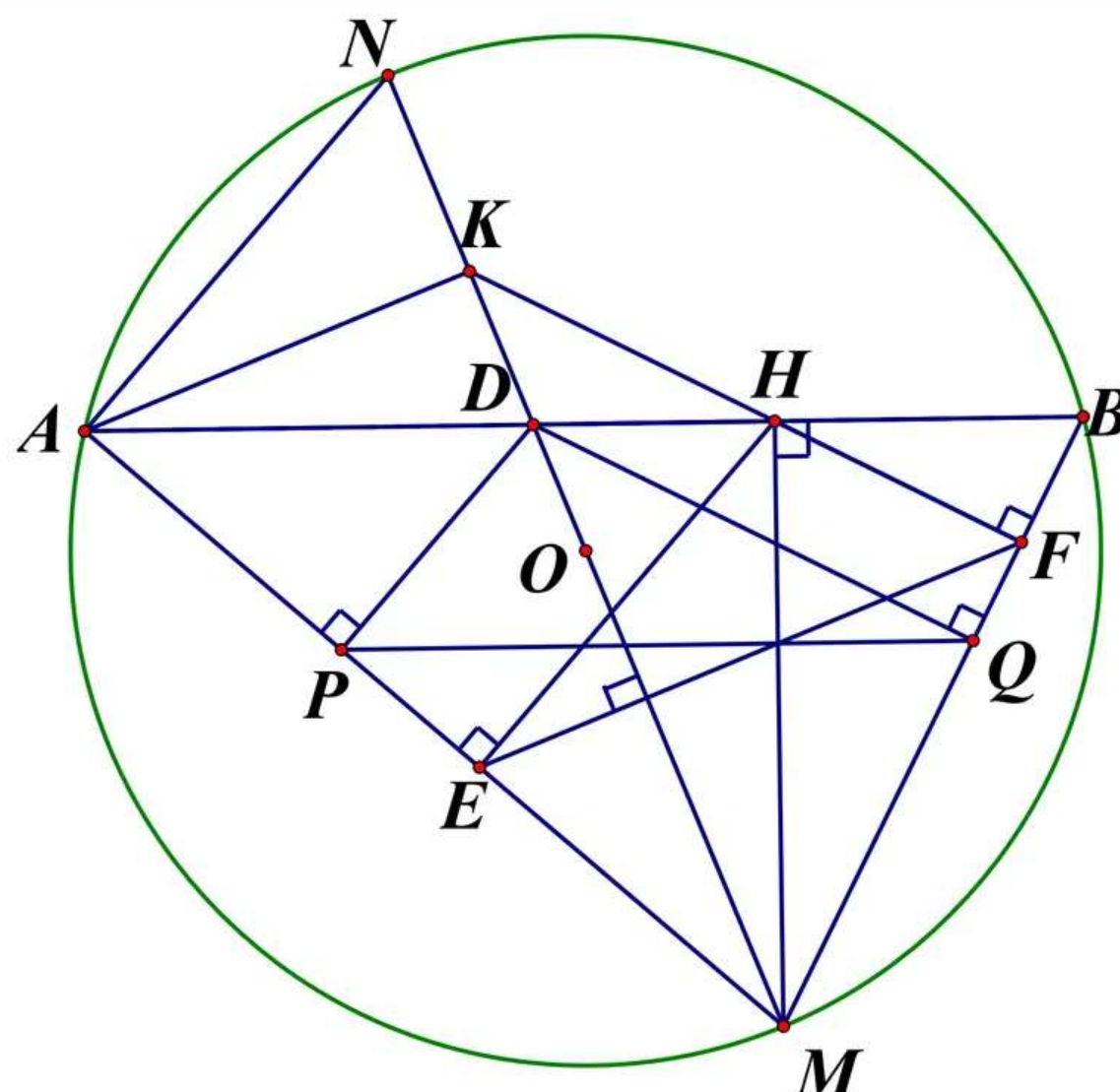
Từ (1) và (2) suy ra  $\triangle ANM$  đồng dạng với  $\triangle HBM$ .

Mà  $BHM = 90^\circ$  nên  $NAM = 90^\circ$  hay  $AN \perp AM$

0.25

Hơn nữa  $HE \perp AM$  nên  $AN \parallel HE$ .

0.25



3





|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | <p>Ta có <math>\frac{AH}{BH} = \frac{S_{\Delta MAH}}{S_{\Delta MBH}} = \frac{AM \cdot HE}{BM \cdot HF}</math> (3)</p> <p>Kẻ <math>DP \perp MA, DQ \perp MB</math> ta có:</p> <p><math>\frac{AD}{BD} = \frac{S_{\Delta MAD}}{S_{\Delta MBD}} = \frac{AM \cdot DP}{BM \cdot DQ}</math> (4)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0.5  |
|   | <p>Mặt khác hai tứ giác <math>MEHF</math> và <math>MPDQ</math> nội tiếp nên <math>\angle EHF = \angle PDQ</math> (cùng bù <math>\angle AMB</math>) (*)</p> <p>Trong tứ giác <math>MEHF</math> có <math>\angle HEF = \angle HMF</math> (cùng chắn <math>HF</math>)</p> <p>Tứ giác <math>MPDQ</math> nội tiếp nên <math>\angle PMD = \angle PQD</math> (cùng chắn <math>PD</math>)</p> <p>Mà <math>\angle PMD = \angle HMF</math> (cm trên). Do đó <math>\angle PQD = \angle HEF</math> (**)</p> <p>Từ (*) và (**) suy ra hai tam giác <math>EHF</math> và <math>QDP</math> đồng dạng (g.g)</p> <p>Suy ra <math>\frac{HE}{DQ} = \frac{HF}{DP}</math> (5)</p> | 0.25 |
|   | <p>Từ (3), (4) và (5) suy ra <math>\frac{AM^2}{BM^2} = \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.25 |
| V | <p><b>Cho <math>a, b</math> là các số nguyên thỏa mãn</b></p> <p><b><math>(a^2 + 3ab)^5 + (b^2 - ab)^5 = 2^{2026} + 1</math>. Chứng minh <math>a + b</math> chia hết cho 5.</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
|   | <p>Ta có <math>2^{2026} + 1 = 2^{2 \cdot 1013} + 1 = 4^{1013} + 1 = 5.M : 5</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |
|   | <p>Đặt <math>x = a^2 + 3ab; y = b^2 - ab</math> (vì <math>a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow x, y \in \mathbb{Z}</math>)</p> <p><math>\Rightarrow x + y = (a + b)^2</math> và <math>x^5 + y^5 = 2^{2026} + 1</math></p> <p>Suy ra <math>(x^5 + y^5) : 5</math> (1)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
|   | <p>Xét hiệu : <math>(x^5 + y^5) - (x + y) = (x^5 - x) + (y^5 - y)</math></p> <p>Ta có <math>x^5 - x = (x - 2)(x - 1)x(x + 1)(x + 2) + 5x(x^2 - 1)</math></p> <p>Suy ra <math>(x^5 - x) : 5</math>. Tương tự <math>(y^5 - y) : 5</math></p> <p>Do đó <math>[(x^5 + y^5) - (x + y)] : 5</math> (2)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,5  |
|   | <p>Từ (1) và (2) ta có <math>(x + y) : 5 \Rightarrow (a + b)^2 : 5</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|   | <p>Mà 5 là số nguyên tố do đó <math>(a + b) : 5</math></p> <p>Vậy <math>a + b</math> chia hết cho 5.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25 |

.....**HẾT**.....