

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12 THPT VÒNG TỈNH
NĂM HỌC 2020 - 2021

Ngày Thi: 07 tháng 10 năm 2020 (Buổi thi thứ nhất)

Môn thi: TOÁN – Lớp: 12 THPT

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề).

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang, thí sinh không phải chép đề vào giấy thi)

Bài 1: (5 điểm)

Cho x, y, z là ba số thực dương và $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của từng biểu thức sau:

a/ $A = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x}$

b/ $B = \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{y^2+1} + \frac{1}{z^2+1}$.

Bài 2: (5 điểm)

Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn:

$$f(yf(x+y) + f(x)) = 4x + 2y \cdot f(x+y), \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

Bài 3: (5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC không cân. Gọi H, O lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ; D, E lần lượt là chân đường cao hạ từ các đỉnh A, B của tam giác ABC . Các đường thẳng OD và BE cắt nhau tại K . Các đường thẳng OE và AD cắt nhau tại L . Gọi M là trung điểm cạnh AB . Chứng minh rằng ba điểm K, L, M thẳng hàng khi và chỉ khi bốn điểm C, D, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 4: (5 điểm)

Bạn Dung và bạn Lan tham gia giải cờ vua nữ cấp trường (cùng một số bạn khác). Biết rằng, trong số những bạn tham gia, 2 bạn bất kỳ sẽ đấu với nhau đúng 1 lần, người thắng sẽ được 1 điểm, hòa được 0,5 điểm và thua được 0 điểm. Sau khi giải đấu kết thúc, người ta thấy rằng: tổng điểm của Dung và Lan là 4 điểm, trong khi tất cả các bạn còn lại đều có số điểm bằng nhau. Hơn nữa, điểm của mỗi bạn Dung, Lan luôn ít hơn điểm của mỗi bạn khác.

a/ Hãy tính xem có bao nhiêu bạn tham gia giải cờ vua nữ cấp trường này.

b/ Nêu ra mô hình thi đấu cụ thể thỏa mãn đề bài (với đáp số tìm được trong câu a/).