

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Giải phương trình $\sqrt{x-3} + \sqrt[3]{x+4} = 3$

b) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^3 + (\sqrt{y} - \sqrt{z})^3 + (\sqrt{z} - \sqrt{x})^3 = 0$. Tính tổng

$$S = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^{2021} + (\sqrt{y} - \sqrt{z})^{2021} + (\sqrt{z} - \sqrt{x})^{2021}$$

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{36x} + \frac{1}{9y} + \frac{1}{z}$$

b) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^3}{(a+1)(b+1)} + \frac{b^3}{(b+1)(c+1)} + \frac{c^3}{(c+1)(a+1)} \geq \frac{3}{4}$$

Câu 4 (1,0 điểm).

a) Cho a, b là các số nguyên dương thỏa mãn $a-1$ và $b+2021$ đều chia hết cho 6. Chứng minh $4^a + a + b$ chia hết cho 6.

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho p là ước của $5^p - 2^p$. Tìm tất cả các số nguyên tố p và q sao cho $\frac{(5^p - 2^p)(5^q - 2^q)}{pq}$ là một số nguyên.

Câu 5 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC không có góc tù, $AB < AC$, nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Trong đó B, C cố định trên đường tròn (O) , A di động trên cung lớn BC . Các tiếp tuyến với (O) tại B và C cắt nhau tại M . Từ M kẻ đường thẳng song song với AB , đường thẳng này cắt (O) tại D và E (D thuộc cung nhỏ BC), cắt BC tại F , cắt AC tại I .

a) Chứng minh rằng $MBIC$ là tứ giác nội tiếp trong một đường tròn và $FI \cdot FM = FD \cdot FE$.

b) Chứng minh $\widehat{MIO} = 90^\circ$. Tìm vị trí điểm A trên cung lớn BC sao cho tam giác IBC có diện tích lớn nhất.

c) Đường thẳng OI cắt (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng QF cắt (O) tại T (T khác Q). Chứng minh ba điểm P, T, M thẳng hàng.

Câu 6 (0,5 điểm).

Bên trong hình chữ nhật có chiều dài 101cm và chiều rộng 20cm cho 10101 điểm. Vẽ 10101 hình tròn có tâm lần lượt là 10101 điểm đã cho và bán kính đều bằng $\sqrt{2}$ cm. Hỏi có hay không 6 điểm thuộc vào phần chung của 6 hình tròn nhận chính 6 điểm ấy làm tâm? Tại sao?

Hết

Họ và tên thí sinh:

SBD:

Chu Văn An
CONFESION

Học sinh làm cả phần trắc nghiệm và tự luận vào tờ giấy thi, ghi rõ mã đề thi vào bên cạnh từ Bài làm trên tờ giấy thi.

Câu 1: Trắc nghiệm (2,5 điểm, mỗi câu 0,25 điểm).

1. Biểu thức $\frac{\sqrt{-3x}}{x^2-16}$ xác định khi và chỉ khi

- A. $x \geq 3$ và $x \neq 4$. B. $x \leq 0$ và $x \neq 4$. C. $x \geq 0$ và $x \neq 4$. D. $x \leq 0$ và $x \neq -4$.

2. Cho đường tròn $(O; 5cm)$. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn tâm O dựng tiếp tuyến MA với đường tròn tâm O , A là một tiếp điểm. Biết $MA = 8cm$ thì khoảng cách từ M đến O là

- A. $\sqrt{93}cm$. B. $\sqrt{89}cm$. C. $7\sqrt{2}cm$. D. $\sqrt{39}cm$.

3. Phương trình nào sau đây nhận $x_1 = 3 - \sqrt{3}$, $x_2 = 3 + \sqrt{3}$ là nghiệm?

- A. $x^2 - 6x + 6 = 0$. B. $x^2 - 4x - 4 = 0$. C. $x^2 + 6x - 6 = 0$. D. $x^2 + 4x + 4 = 0$.

4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O . Kẻ đường kính BD , biết góc $\widehat{BAC} = 50^\circ$. Tính góc $\widehat{CBD}$?

- A. $\widehat{CBD} = 50^\circ$. B. $\widehat{CBD} = 40^\circ$. C. $\widehat{CBD} = 30^\circ$. D. $\widehat{CBD} = 45^\circ$.

5. Cho phương trình $x^2 - 3x + 3 - m = 0$, với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $4(x_1 + x_2) - 3x_1x_2 = 0$.

- A. $m = -1$. B. $m = -7$. C. Không có giá trị nào. D. $m = 7$.

6. Để hai đường thẳng có phương trình $y = (3 - 2a)x + 4$ và $y = 4x + 8$ song song thì

- A. $a = -\frac{1}{2}$. B. $a = -2$. C. $a = 2$. D. $a = \frac{1}{2}$.

7. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 12. M là một điểm bất kỳ thuộc miền trong của tam giác đã cho. Khi đó tổng khoảng cách từ M đến ba cạnh của tam giác đã cho là

- A. 12. B. $4\sqrt{3}$. C. $6\sqrt{3}$. D. $8\sqrt{3}$.

8. Có bao nhiêu số nguyên dương m để đường thẳng $y = 5x - m + 4$ và parabol $y = x^2$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung?

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 4.

9. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên tập xác định?

- A. $y = 3x^2$. B. $y = -3 + (\sqrt{2} - 3)x$. C. $y = -(\sqrt{2} - \sqrt{3})x + 2$. D. $y = (\sqrt{2} - 1)x - 2$.

10. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống cạnh BC . Biết

$AH = 4\sqrt{2}cm$, $\frac{HB}{HC} = \frac{1}{2}$. Độ dài đoạn BC bằng

- A. $3\sqrt{2}cm$. B. $8cm$. C. $2\sqrt{3}cm$. D. $12cm$.