

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

Ngày thi: 6/10/2022

Bài 5. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại C và nội tiếp đường tròn (O) . Tiếp tuyến của (O) tại A cắt đường thẳng BC tại M . Các tiếp tuyến của (O) tại B, C cắt nhau tại N . Đường thẳng AN cắt lại đường tròn (O) tại D khác A và cắt đường thẳng BC tại F . Đường thẳng qua M , song song với AB cắt đường thẳng OC tại I . Đường thẳng qua N , song song với AB cắt đường thẳng OD tại J . Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng MD, NC và E là giao điểm của hai đường thẳng MN, IJ .

a) Chứng minh rằng hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác MCE và NDE tiếp xúc với nhau.

b) Chứng minh rằng K là tâm đường tròn đi qua các điểm C, D, E, F .

Bài 6. (7,0 điểm)

Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn:

$$f(x + y^4) = f(x) + yf(y^3), \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Bài 7. (7,0 điểm)

Một tập hợp con A có ít nhất ba phần tử của tập các số nguyên dương được gọi là tập ‘**rời rạc**’ nếu với 3 phần tử phân biệt a, b, c của A thì a không là bội của $(b; c)$, với (x, y) là kí hiệu ước chung lớn nhất của hai số nguyên x và y . Chứng minh rằng nếu A là tập ‘**rời rạc**’ có n phần tử và $n \geq 4$ thì $\max A \geq 4(n^2 - n - 1)$, với $\max X$ là kí hiệu phần tử lớn nhất của tập hợp X .

--- **HẾT** ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....