

**Bài 1.** Cho biểu thức  $A = \left( \sqrt{x + \frac{2xy}{1+y^2}} + \sqrt{x - \frac{2xy}{1+y^2}} \right) \sqrt{1 + \frac{1}{y^2}}$  với  $x \geq 0, y \geq 1$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A khi  $x = \sqrt{56 + 24\sqrt{5}}$

c) Cho  $B = x + 2$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $A - B$ .

**Bài 2.** a) Giải phương trình  $x - \sqrt{2x - 1} = 2$ .

b) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 30 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 35 \end{cases}$$

c) Cho phương trình  $x^2 - 4x - m^2 - 3m = 0$  (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm  $x_1, x_2$  với mọi m. Xác định m để  $x_1 - 3x_2 = 8$ .

**Bài 3.** a) Cho các số thực dương x, y. Chứng minh rằng  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ .

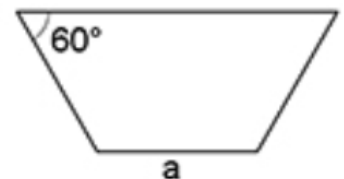
b) Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn  $a + b + c = 1$ . Chứng minh rằng  $b + c \geq 16abc$ .

c) Tìm tất cả các số nguyên a để  $a^2 - a + 3$  là số chính phương.

**Bài 4.** Người ta đào một con kênh với thiết diện cắt ngang là

một hình thang cân, đáy nhỏ bằng a và góc nhọn của nó là  $60^\circ$  (hình vẽ). Theo tính toán để lưu lượng nước thoát qua con kênh này lớn nhất người ta đã thiết kế

con kênh có diện tích mặt cắt (hình thang cân) là  $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$ .



Khi  $a = 2m$ , hãy tính bề ngang con kênh (đáy lớn của hình thang cân) theo thiết kế.

**Bài 5.** Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB và điểm C trên nửa đường tròn sao cho  $CA = CB$ . Gọi M là trung điểm của dây cung AC. Tia BM cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là E, D là giao điểm của hai đường thẳng AE và BC.

a) Chứng minh rằng tứ giác MOCD là hình bình hành.

b) Kẻ EF vuông góc với AC tại F. Tính tỉ số  $\frac{MF}{EF}$ .

**Bài 6.** Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng 1. Gọi M là điểm bất kỳ trên cạnh BC (M khác B, C), N là điểm trên cạnh CD sao cho  $\widehat{MAN} = 45^\circ$ , đường thẳng BD cắt AM, AN lần lượt tại K và H, gọi O là giao điểm của MH và KN.

a) Chứng minh rằng tứ giác ABMH nội tiếp.

b) Chứng minh rằng  $OH \cdot OM = OK \cdot ON$ .

c) Đặt  $BM = x, DN = y$ . Tính diện tích S của tam giác MAN theo x, y và tìm giá trị nhỏ nhất của S.