

**TRƯỜNG THPT CHUYÊN
LƯƠNG THẾ VINH**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỶ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN

Môn: TOÁN HỌC

Thời gian làm bài: 180 phút

Ngày thi: 26/09/2021

(Đề thi này gồm có 01 trang, có 5 câu)

Câu 1. (4 điểm)

Cho dãy số (a_n) xác định như sau: $a_1 = 4$ và với mọi $n \geq 1$ thì $a_{n+1} = \frac{a_n^2 - a_n + 9}{5}$.

Đặt $b_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k + 2}$. Chứng minh rằng dãy (b_n) có giới hạn hữu hạn và xác định giới hạn đó.

Câu 2. (4 điểm)

Cho các số thực a, b và c thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 0$ và $a^4 + b^4 + c^4 = 128$. Hỏi biểu thức $ab + bc + ca$ có thể nhận những giá trị nào?

Câu 3. (4 điểm)

Ký hiệu $\mathcal{F}_n$ là tập hợp tất cả các đa thức một biến, bậc n mà các hệ số là hoán vị của tập hợp các số $\{2^0, 2^1, \dots, 2^n\}$. Tìm tất cả các cặp số số nguyên dương (k, d) sao cho tồn tại số nguyên dương n thỏa mãn: với mọi $f(x) \in \mathcal{F}_n$ thì $f(k)$ chia hết cho d .

Câu 4. (4 điểm)

Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho có thể tô đen một số ô vuông con của một bảng $n \times n$ sao cho trong mỗi hàng và mỗi cột có đúng 3 ô màu đen, và không có hai ô màu đen nào có đỉnh chung.

Câu 5. (4 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có $BC > AC$ và nội tiếp đường tròn (O) . Tiếp tuyến tại C của (O) cắt đường thẳng AB tại D . Các đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD , OCD và AOB cắt lại tia CA (ở bên ngoài cạnh CA) tương ứng tại các điểm Q, P và K sao cho P nằm giữa A và K , và K nằm giữa P và Q . Đường thẳng DP cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BKQ tại T sao cho P và T nằm ở hai phía đối với đường thẳng BQ . Chứng minh rằng $TB = TQ$.

----- **HẾT** -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.