

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CAO BẰNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 150 phút
Ngày thi: 03/03/2024

Bài 1. Cho biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{5}{x - \sqrt{x} - 6} - \frac{\sqrt{x} - 2}{3 - \sqrt{x}}$

- Rút gọn biểu thức P.
- Tìm giá trị lớn nhất của P.

Bài 2. Cho hai hàm số bậc nhất $y = x + 3$ và $y = -2x + m^2 + m - 18$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hai hàm số trên cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

Bài 3. a) Hai địa điểm A và B cách nhau 360 km. Cùng một lúc, một xe tải khởi hành từ A chạy về B và một xe con chạy từ B về A. Sau khi gặp nhau xe tải chạy tiếp trong 5 giờ nữa thì đến B và xe con chạy tiếp 3 giờ 12 phút nữa thì tới A. Tính vận tốc mỗi xe.

- Chứng minh rằng biểu thức $n^3 - n$ chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên n lẻ.

Bài 4. Cho đường tròn (O), đường kính AB cố định. Điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI = \frac{2}{3}AO$.

Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I, gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B. Gọi E là giao điểm của AC và MN.

- Chứng minh rằng bốn điểm I, E, B, C cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh rằng $\triangle AME \sim \triangle ACM$.
- Chứng minh rằng $AE \cdot AC - IA \cdot IB = IA^2$.

d) Xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ điểm N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Bài 5. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $2024x^2 + 4x - 2023 - xy - y = 0$.