

Câu 1. (2 điểm)

Với hai số thực $a \geq b > 0$ và biểu thức

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}} + \frac{1}{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}} \right) \cdot \frac{a+b^2}{\sqrt{a+b}}$$

- a) Rút gọn biểu thức B
b) Khi $a = 2$, tìm tất cả các số nguyên b để B nhận giá trị nguyên.

Câu 2. (3 điểm)

- a) Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 20} = 2 - 3x$
b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 + 4y = 1 \\ 3x + xy + y = 3 \end{cases}$
c) Cho phương trình $x^2 - mx + 5m - 1 = 0$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 + 2x_2 = 1$.

Câu 3 (1 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A có H là trung điểm của BC và $AB = 4$ cm. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc cạnh AB, AC sao cho $AM = CN = 1$ cm. Tính độ dài MN và diện tích tam giác MHN .

Câu 4. (3 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) có đường cao AH và nội tiếp đường tròn (O) . Gọi (O') là đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC , D là giao điểm của OH và (O') (D khác O).

- a) Chứng minh rằng $OH \cdot OD = OB^2$.
b) Chứng minh rằng $\widehat{OAH} = \widehat{ADH}$.
c) Gọi E là giao điểm của AD và (O') (E thuộc cung nhỏ OB và khác với O, B). Tính số đo góc AOE .

Câu 5. (1 điểm)

Trong giải bóng đá B-League có n đội tham gia, thi đấu vòng tròn một lượt (mỗi đội bắt kỳ thi đấu với nhau đúng một lần). Ở mỗi trận thắng – thua, đội thắng được 3 điểm và đội thua không được điểm. Ở mỗi trận hòa, mỗi đội được 1 điểm. Kết thúc giải, người ta thống kê thấy rằng số trận thắng – thua gấp 3 lần số trận hòa và tổng số điểm của tất cả các đội là 330. Tìm số trận hòa và số đội tham gia giải bóng đá B-League.

— HẾT —

Họ và tên thí sinh: _____

Số báo danh: _____

Chữ ký CBCT1: _____

Chữ ký CBCT2: _____

I. Hướng dẫn chung

1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng, chính xác, chặt chẽ thì cho đủ số điểm của câu đó.

2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.

II. Đáp án và thang điểm

Câu 1. (2,0 điểm)

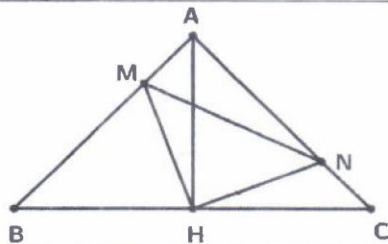
NỘI DUNG	ĐIỂM
Cho hai số thực $a \geq b > 0$ và biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}} + \frac{1}{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}} \right) \cdot \frac{a+b^2}{\sqrt{a+b}}.$	2,0
a) Rút gọn biểu thức B .	1,0
Ta có $B = \left(\frac{1}{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}} + \frac{1}{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}} \right) \cdot \frac{a+b^2}{\sqrt{a+b}}$ $= \left(\frac{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b} + \sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}^2 - \sqrt{a-b}^2} \right) \cdot \frac{a+b^2}{\sqrt{a+b}}$	0,25
$= \left(\frac{2\sqrt{a+b}}{\sqrt{a+b}^2 - \sqrt{a-b}^2} \right) \cdot \frac{a+b^2}{\sqrt{a+b}}$	0,25
$= \frac{\sqrt{a+b}}{b} \cdot \frac{a+b^2}{\sqrt{a+b}}$	0,25
$= \frac{a+b^2}{b}$	0,25
b) Khi $a=2$, tìm tất cả các số nguyên b để B nhận giá trị nguyên.	1,0
$B = \frac{2+b^2}{b}$	0,25
$B = b + \frac{2}{b}$	0,25
Để B nhận giá trị nguyên thì b là ước của 2	0,25
Suy ra $b \in \{1; 2\}$.	0,25

Câu 2. (3,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
a) Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 20} = 2 - 3x$.	1,0
Ta có $x^2 - 4x + 20 = (2 - 3x)^2$	0,25
$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$	0,25

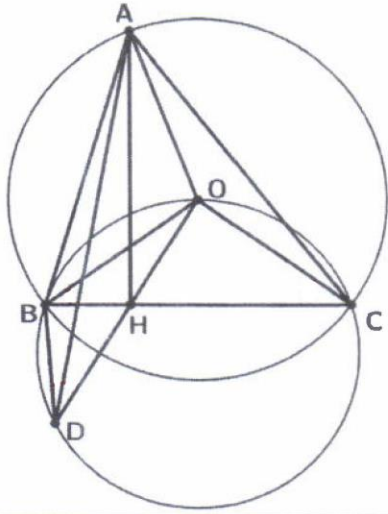
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25
Thử lại ta chỉ nhận $x = -1$ là nghiệm của phương trình.	0,25
b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 + 4y = 1 \\ 3x + xy + y = 3 \end{cases}$	1,0
Ta có: $\begin{cases} x^2 + y^2 + 4y = 1 \\ 3x + xy + y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 4y = 1 \\ 6x + 2xy + 2y = 6 \end{cases}$	0,25
Cộng vế với vế hai phương trình: $(x+y)^2 + 6(x+y) = 7 \Rightarrow (x+y-1)(x+y+7) = 0$	0,25
Với $\begin{cases} x+y-1=0 \\ x^2+y^2+4y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$.	0,25
Với $\begin{cases} x+y=-7 \\ x^2+y^2+4y=1 \end{cases}$ (vô nghiệm)	0,25
Hệ phương trình có hai nghiệm: $(1;0);(2;-1)$	
c) Cho phương trình $x^2 - mx + 5m - 1 = 0$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 + 2x_2 = 1$.	1,0
Giả sử phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 . Theo định lí Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = 5m - 1 & (2) \end{cases}$	0,25
Kết hợp (1) với giả thiết $x_1 + 2x_2 = 1$ ta được $\begin{cases} x_1 = 2m - 1 \\ x_2 = 1 - m \end{cases}$	0,25
Thay vào (2) ta được $(1-m)(2m-1) = 5m-1 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}$	0,25
Thử lại ta nhận cả hai giá trị của $m = 0$ và $m = -1$.	0,25

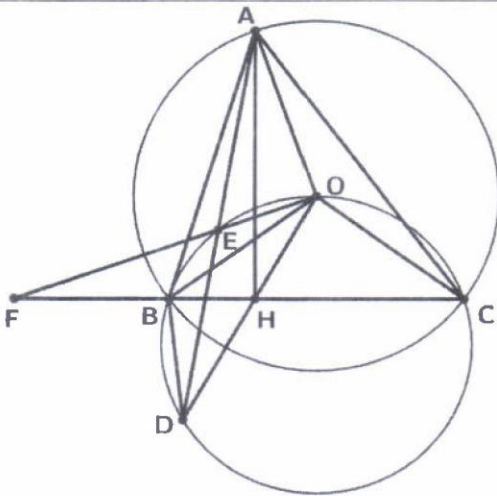
Câu 3. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Cho tam giác ABC vuông cân tại A có H là trung điểm của BC và $AB = 4\text{cm}$. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc cạnh AB, AC sao cho $AM = CN = 1\text{cm}$. Tính độ dài MN và diện tích tam giác MHN .	1,0
	
Ta có $AN = AC - CN = 3\text{cm}$, suy ra $MN = \sqrt{AM^2 + AN^2} = \sqrt{10}\text{cm}$	0,25
Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $AH = HB = HC$.	0,25

Ta có	$\begin{cases} \widehat{HAM} = \widehat{HCN} = 45^\circ \\ AM = CN \\ HA = HC \end{cases} \Rightarrow \Delta AMH = \Delta CNH$	
nên	$\begin{cases} HM = HN \\ \widehat{AHM} = \widehat{CHN} \end{cases}, \text{ suy ra } \widehat{MHN} = \widehat{MHA} + \widehat{AHN} = \widehat{AHN} + \widehat{CHN} = \widehat{AHC} = 90^\circ$ $\Rightarrow \Delta MHN$ vuông cân tại H .	0,25
Vì thế	$HM = \frac{MN}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}\text{cm}, \text{ suy ra } S_{MHN} = \frac{1}{2}HM^2 = \frac{5}{2}\text{cm}^2.$	0,25

Câu 4. (3,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) có đường cao AH và nội tiếp đường tròn (O) . Gọi (O') là đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC , D là giao điểm của OH và (O') (D khác O).	3,0
	
a) Chứng minh rằng $OH \cdot OD = OB^2$.	1,0
Xét ΔOBH và ΔODB có $\widehat{BOH} = \widehat{DOB}$ $\widehat{OBH} = \frac{1}{2}sd\widehat{OC} = \frac{1}{2}sd\widehat{OB} = \widehat{ADB}$	0,25
$\Rightarrow \Delta OBH \sim \Delta ODB$	0,25
$\Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{OH}{OB}$	0,25
$\Rightarrow OH \cdot OD = OB^2$.	0,25
b) Chứng minh rằng $\widehat{OAH} = \widehat{ADH}$.	1,0
Ta có $OH \cdot OD = OB^2 = OA^2$	0,25
$\Rightarrow \frac{OH}{OA} = \frac{OA}{OD}$	0,25
Xét ΔOAH và ΔODA có $\widehat{AOH} = \widehat{DOA}$ $\frac{OH}{OA} = \frac{OA}{OD}$	0,25

$\Rightarrow \triangle OAH \sim \triangle ODA$	
$\Rightarrow \widehat{OAH} = \widehat{ADH}$.	0,25
c) Gọi E là giao điểm của AD và (O') (E thuộc cung nhỏ $\widehat{OB}$ và khác với O, B). Tính số đo góc $\widehat{AOE}$.	1,0
	
Gọi F là giao điểm của OE với BC . Ta có $\widehat{OFH} = \widehat{OFC} = \frac{1}{2}(\widehat{OC} - \widehat{BE})$	0,25
$= \frac{1}{2}(\widehat{OB} - \widehat{BE}) = \frac{1}{2}\widehat{EO}$	0,25
$= \widehat{ODE} = \widehat{OAH}$	0,25
suy ra $AOHF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AOF} = \widehat{AHF} = 90^\circ$.	0,25

Câu 5. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Trong giải bóng đá B-League có n đội tham gia, thi đấu vòng tròn một lượt (hai đội bất kì thi đấu với nhau đúng một lần). Ở mỗi trận thắng – thua, đội thắng được 3 điểm và đội thua không được điểm. Ở mỗi trận hòa, mỗi đội được 1 điểm. Kết thúc giải, người ta thống kê thấy rằng số trận thắng – thua gấp 3 lần số trận hòa và tổng số điểm của n đội là 330. Tìm số trận hòa và số đội tham gia giải bóng B-League.	1,0
Gọi $x \in \mathbb{N}$ là số trận hòa, suy ra số trận thắng thua là $3x$.	0,25
Tổng số điểm của các đội là $2.x + 3.3x = 11x$ $\Rightarrow 11x = 330 \Leftrightarrow x = 30$.	0,25
Số trận đấu của giải là $x + 3x = 4x = 120$ trận. Mặt khác, số trận đấu của n đội là $(n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1 = \frac{n(n-1)}{2}$	0,25
Do đó $\frac{n(n-1)}{2} = 120 \Leftrightarrow n^2 - n - 240 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 16 \\ n = -15(l) \end{cases}$ Vậy giải đấu có 30 trận hòa và 16 đội tham dự.	0,25

--- HẾT ---