

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CAO BẰNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 150 phút
Ngày thi: 05/03/2023

Bài 1. a) Tính giá trị của biểu thức $A = (6 + \sqrt{35})(\sqrt{14} - \sqrt{10})\sqrt{6 - \sqrt{35}}$

b) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 7$; $a + b + c = 23$ và $\sqrt{abc} = 3$

Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{b}-1)} + \frac{1}{(\sqrt{b}-1)(\sqrt{c}-1)} + \frac{1}{(\sqrt{c}-1)(\sqrt{a}-1)}$

Bài 2. a) Cho các đường thẳng $(d_1): y = 5x + 3$; $(d_2): y = 6 - 4x$ và $(\Delta_m): y = mx$ (m là tham số).
Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của m sao cho đường thẳng (Δ_m) cắt hai đường thẳng (d_1) ; (d_2) lần lượt tại hai điểm A và B thỏa mãn điểm A có hoành độ âm, điểm B có hoành độ dương.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 5x + 3y = 2023xy \\ x - 2y = 116xy \end{cases}$$

Bài 3. a) Tìm một đa thức bậc ba $P(x)$, biết khi chia $P(x)$ cho các đa thức $(x-1)$, $(x-2)$, $(x-3)$ đều được số dư là 6 và $P(-1) = -18$

b) Tìm tất cả các số nguyên n sao cho $n^2 - n + 13$ là số chính phương.

Bài 4. Cho nửa đường tròn (O) , đường kính AB . Gọi C là một điểm nằm trên nửa đường tròn (O) (C khác A, B). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB , điểm D là điểm đối xứng với A qua C ; I, J lần lượt là trung điểm của CH và DH .

a) Chứng minh rằng $\widehat{CIJ} = \widehat{CBH}$

b) Chứng minh rằng $\Delta CJH \sim \Delta HIB$

c) Xác định vị trí của điểm C trên nửa đường tròn (O) sao cho $AH + CH$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} = \sqrt{2023}$

Chứng minh rằng $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2023}{2}}$