

Câu 1 (2,0 điểm):

a) Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{2024 - 2\sqrt{2023}} - \sqrt{2024 + 2\sqrt{2023}}$.

b) Rút gọn $B = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x+3}} - \frac{2\sqrt{x+3}}{x+3\sqrt{x}}$ (với $x > 0$). Tìm x để $B = \frac{1}{7}$.

Câu 2 (2,5 điểm):

a) Xác định hệ số a, b để đường thẳng $(d): y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(2; 4)$ và $B(-1; -5)$.

b) Tìm m để phương trình $x^2 - x - (m-1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm): Tìm nghiệm nguyên của phương trình $(x+2y)(x-y) + 5x + 4y = -1$.

Câu 4 (3,5 điểm): Cho tam giác đều ABC , cạnh a , đường cao AH . M là một điểm thay đổi trên cạnh BC , qua M kẻ MP vuông góc với AB , MQ vuông góc với AC . Gọi O là trung điểm của AM .

a) Chứng minh năm điểm A, P, M, H, Q cùng thuộc một đường tròn.

b) Tứ giác $OPHQ$ là hình gì? Vì sao?

c) Xác định vị trí của điểm M trên cạnh BC để độ dài PQ nhỏ nhất, tìm độ dài đó theo a .

Câu 5 (1,0 điểm): Cho hai số thực a, b thay đổi thỏa mãn điều kiện $a + b \geq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 6\sqrt{2(a^2 + b^2)} + \frac{16}{a+b} - 3$.

----- HẾT -----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu; Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm).

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Họ tên CBCT 1:Họ tên CBCT 2:

HDC ĐỀ CHÍNH THỨC

Hướng dẫn chấm thi môn Toán
dành cho thí sinh thi chuyên Toán, chuyên Tin
(Bản hướng dẫn chấm gồm 04 trang)

Một số lưu ý khi chấm

1. Nếu thí sinh không làm bài theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng và biện luận chặt chẽ (cho dù dùng kiến thức nâng cao hoặc vượt chương trình) thì vẫn cho đủ điểm như hướng dẫn quy định (đối với từng phần)
2. Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm hướng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất thực hiện trong hội đồng chấm thi.
3. Điểm bài thi là tổng điểm các câu thành phần và không được làm tròn; đề thi thang điểm 10.

Câu 1 (2,0 điểm):

- a) Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{2024 - 2\sqrt{2023}} - \sqrt{2024 + 2\sqrt{2023}}$.
- b) Rút gọn $B = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{2\sqrt{x} + 3}{x + 3\sqrt{x}}$ (với $x > 0$). Tìm x để $B = \frac{1}{7}$.

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1a (0,5 đ)	$A = \sqrt{2024 - 2\sqrt{2023}} - \sqrt{2024 + 2\sqrt{2023}}$ $= \sqrt{2023 - 2\sqrt{2023} + 1} - \sqrt{2023 + 2\sqrt{2023} + 1}$	0,25
	$= \sqrt{(\sqrt{2023} - 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2023} + 1)^2} = \sqrt{2023} - 1 - \sqrt{2023} - 1 = -2$	0,25
Câu 1b (1,5 đ)	Với $x > 0$, ta có $B = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{2\sqrt{x} + 3}{x + 3\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} + 3 + 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)}$	0,5
	$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)} = \frac{1}{\sqrt{x} + 3}$	0,5
	$B = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x} + 3} = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \sqrt{x} + 3 = 7$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16$	0,25

Câu 2 (2,5 điểm):

- a) Xác định hệ số a, b để đường thẳng $(d): y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(2; 4)$ và $B(-1; -5)$.

b) Tìm m để phương trình $x^2 - x - (m-1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0$.

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 2a (1,0 đ)	(d): $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(2;4)$ và $B(-1;-5)$ nên ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2a + b = 4 \\ -a + b = -5 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$ Vậy $a = 3; b = -2$.	0,5
Câu 2b (1,5 đ)	Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta = 4m - 3 > 0$	0,5
	Suy ra $m > \frac{3}{4}$.	0,25
	Theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1x_2 = -(m-1) \end{cases}$	0,25
	Theo đề bài: $4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0 \Leftrightarrow 4\left(\frac{x_1 + x_2}{x_1x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{-m+1} + m + 2 = 0$	0,25
	Suy ra $m^2 + m - 6 = 0$ $\Rightarrow m = -3$ (loại) hoặc $m = 2$ (thỏa mãn). Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.	0,25

Câu 3 (1,0 điểm): Tìm nghiệm nguyên của phương trình $(x+2y)(x-y) + 5x + 4y = -1$.

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 3 (1,0 đ)	Ta có $(x+2y)(x-y) + 5x + 4y = -1$ $\Leftrightarrow (x+2y)(x-y) + 3(x+2y) + 2(x-y) = -1$ $\Leftrightarrow (x-y+3)(x+2y+2) = 5$	0,25
	Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên: $(x-y+3; x+2y+2) = \{(5;1), (1;5), (-5;-1), (-1;-5)\}$.	0,25
	TH1: $\begin{cases} x-y+3=5 \\ x+2y+2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ (Thỏa mãn)	0,25
	TH2: $\begin{cases} x-y+3=1 \\ x+2y+2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-1}{3} \\ y=\frac{5}{3} \end{cases}$ (Không thỏa mãn)	
	TH3: $\begin{cases} x-y+3=-5 \\ x+2y+2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-19}{3} \\ y=\frac{5}{3} \end{cases}$ (Không thỏa mãn)	0,25

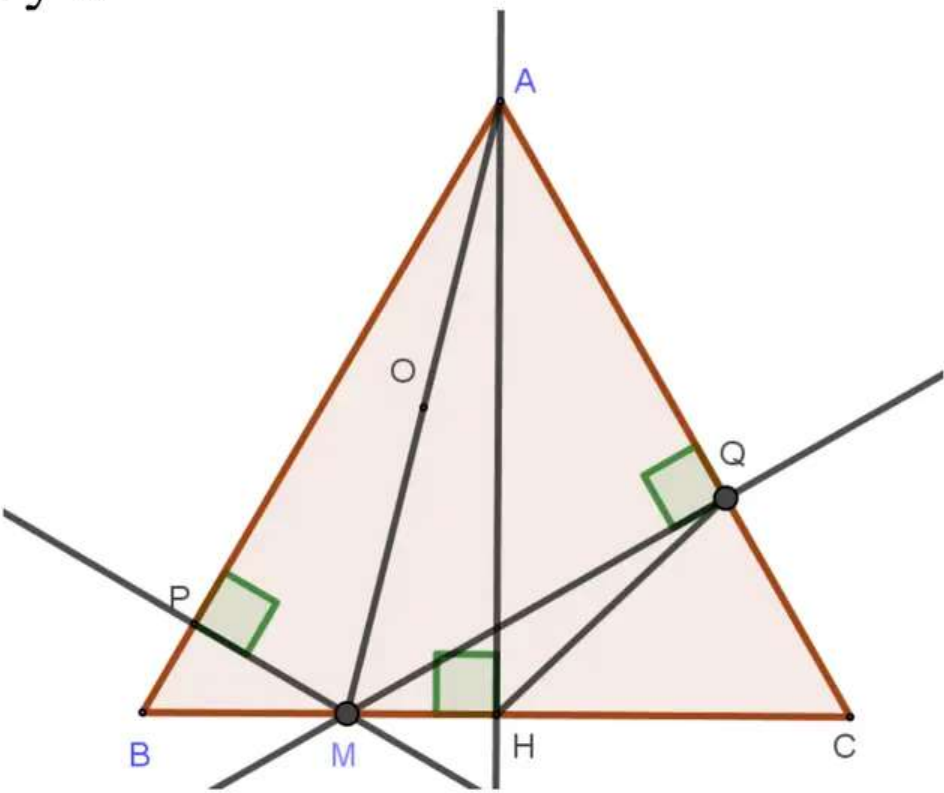
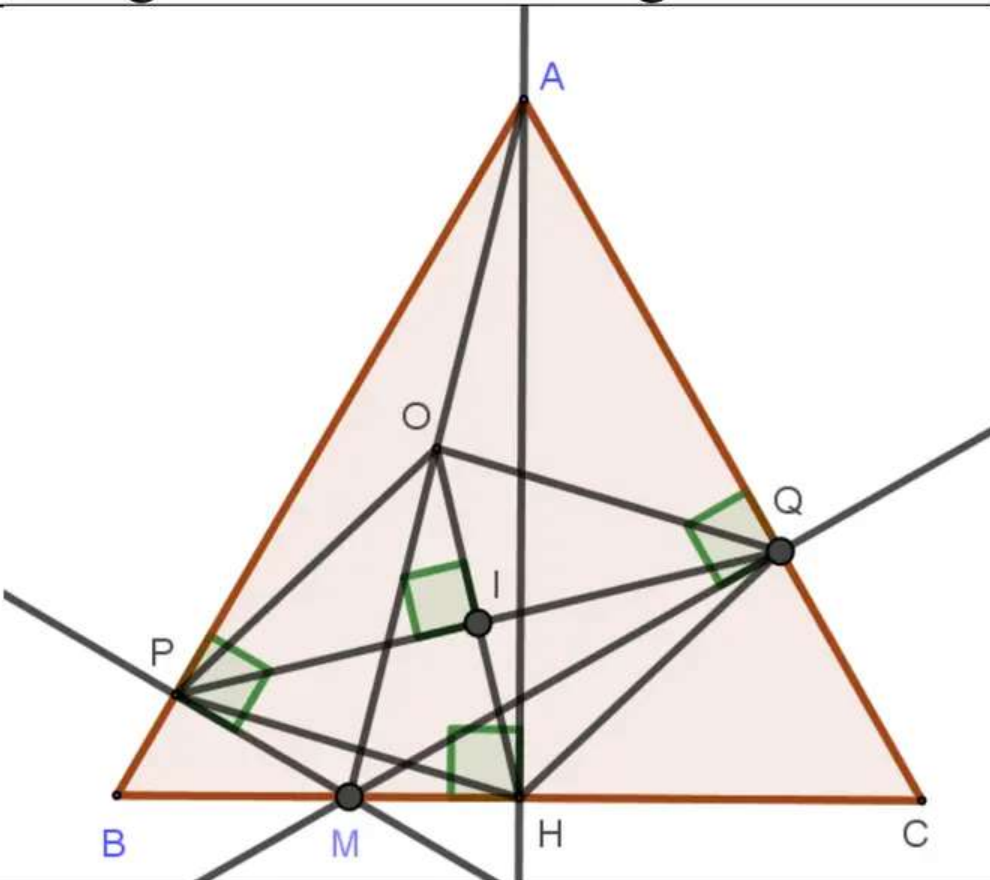
	TH4: $\begin{cases} x - y + 3 = -1 \\ x + 2y + 2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -1 \end{cases}$ (Thỏa mãn) Vậy $(x; y) = \{(1; -1), (-5; -1)\}$.	
--	--	--

Câu 4 (3,5 điểm): Cho tam giác đều ABC , cạnh a , đường cao AH . M là một điểm thay đổi trên cạnh BC , qua M kẻ MP vuông góc với AB , MQ vuông góc với AC . Gọi O là trung điểm của AM .

a) Chứng minh năm điểm A, P, M, H, Q cùng thuộc một đường tròn.

b) Tứ giác $OPHQ$ là hình gì? Vì sao?

c) Xác định vị trí của điểm M trên cạnh BC để độ dài PQ nhỏ nhất, tìm độ dài đó theo a .

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 4a (1,5 đ)	Vẽ đúng hình đến ý a 	0,25
	Ta có $APM = 90^0$	0,25
	$AHM = 90^0$	0,25
	$AQM = 90^0$	0,25
	Suy ra $APM = AHM = AQM = 90^0$. Vậy năm điểm A, P, M, H, Q cùng thuộc một đường tròn tâm O đường kính AM .	0,5
Câu 4b (1,0 đ)		
	Theo chứng minh ý a, $\triangle OPH$ cân tại O .	0,25
	Lại có $POH = 2BAH = BAC = 60^0$ Suy ra $\triangle OPH$ đều nên $OP = PH = HO$.	0,25

	Tương tự $OQ = QH = HO$.	0,25
	Suy ra $OP = OQ = QH = HP$. Vậy tứ giác $OPHQ$ là hình thoi.	0,25
Câu 4c (1,0 đ)	Theo chứng minh ý b) $POH = 60^\circ$.	0,25
	Gọi I là giao điểm của PQ và OH . Suy ra $OI \perp PQ$ và $PQ = 2PI$.	0,25
	Trong $\triangle IOP$ ta có $PI = PO \cdot \sin IOP = \frac{1}{2} AM \cdot \sin 60^\circ$ $\Rightarrow PQ = AM \cdot \sin 60^\circ$.	0,25
	PQ nhỏ nhất khi AM nhỏ nhất, khi đó M trùng H . Vậy $PQ = AH \cdot \sin 60^\circ = AH \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{4}$.	0,25

Câu 5 (1,0 điểm): Cho hai số thực a, b thay đổi thỏa mãn điều kiện $a + b \geq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 6\sqrt{2(a^2 + b^2)} + \frac{16}{a+b} - 3$.

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 5 (1,0 đ)	Với hai số thực a, b ta luôn có $(a+b)^2 + (a-b)^2 \geq (a+b)^2 \Leftrightarrow 2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2$. Đẳng thức xảy ra khi $a = b$. Từ đây ta được $\sqrt{2(a^2 + b^2)} \geq a+b$ (do $a+b \geq 4$).	0,25
	Khi đó $P = 6\sqrt{2(a^2 + b^2)} + \frac{16}{a+b} - 3 \geq 6(a+b) + \frac{16}{a+b} - 3$ $= (a+b) + \frac{16}{a+b} + 5(a+b) - 3$.	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức cô-si cho hai số dương $(a+b)$ và $\frac{16}{a+b}$ ta được $P \geq (a+b) + \frac{16}{a+b} + 5(a+b) - 3 \geq 2\sqrt{(a+b) \cdot \frac{16}{a+b}} + 5(a+b) - 3 = 25$.	0,25
	Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 25 đạt được khi $\begin{cases} a+b=4 \\ a=b \end{cases} \Leftrightarrow a=b=2$.	0,25

----- HẾT -----