

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 02 trang)

Môn thi: **TOÁN**
Thời gian làm bài: 180 phút
Ngày thi: 07/01/2023

Câu 1. (4 điểm)

1.1. Cho hàm số $y = x^3 + mx + 2$ (1). Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

1.2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $3x - y + 2 = 0$.

Câu 2. (6 điểm)

2.1. Giải phương trình: $2\log_3^2(x-1) - 3\log_3(x-1) \cdot \log_3(3x) + \log_3^2(3x) = 0$.

2.2. Cho khai triển nhị thức:

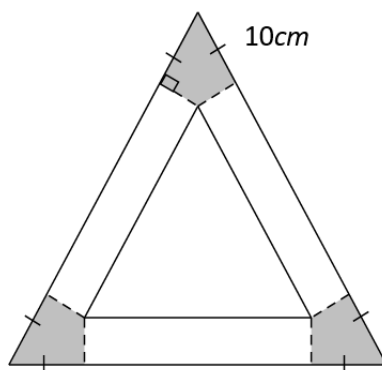
$$\left(2^{-\frac{x^2}{2}} + 2^{\frac{3x}{4}}\right)^n = C_n^0 \left(2^{-\frac{x^2}{2}}\right)^n + C_n^1 \left(2^{-\frac{x^2}{2}}\right)^{n-1} \cdot 2^{\frac{3x}{4}} + \dots + C_n^{n-1} 2^{-\frac{x^2}{2}} \cdot \left(2^{\frac{3x}{4}}\right)^{n-1} + C_n^n \left(2^{\frac{3x}{4}}\right)^n, \quad (n \in \mathbb{N}).$$

Biết rằng trong khai triển đó có $C_n^4 + 6C_n^3 - 8C_n^2 = 15$ và số hạng thứ năm bằng $10n$. Tìm n và x .

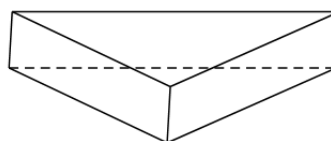
2.3. Đầu năm học 2022 - 2023, Trường THPT X tuyển sinh bốn lớp 10 theo 4 tổ hợp môn lựa chọn. Khi kết thúc đợt tuyển sinh, còn thiếu 5 học sinh theo chỉ tiêu được giao. Trong đợt tuyển sinh bổ sung có 5 học sinh đủ điều kiện xét tuyển và được chọn lớp học theo tổ hợp môn lựa chọn. Tính xác suất để trong 5 học sinh đó có 3 học sinh chọn vào cùng một lớp, trong ba lớp còn lại có hai lớp mỗi lớp có 1 học sinh chọn và một lớp không có học sinh nào chọn.

Câu 3. (4 điểm)

3.1. Bạn An có một tấm tôn phẳng hình tam giác đều có cạnh 60 cm, bạn An dự định cắt bỏ ở ba góc ba phần bằng nhau sao cho phần còn lại là hình gồm một tam giác đều và ba hình chữ nhật có kích thước bằng nhau (như hình 1), rồi gấp ba hình chữ nhật lại tạo thành một chậu hoa hình lăng trụ tam giác đều (như hình 2):



Hình 1



Hình 2

Biết phần cạnh tấm tôn bị cắt bỏ ở mỗi góc bằng 10 cm, tính thể tích chậu hoa đó.

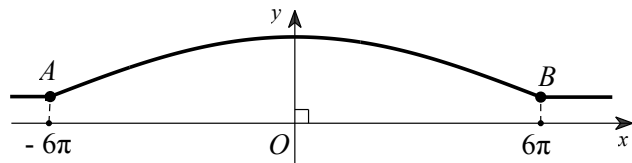
3.2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $AB = a$, SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) bằng 45° . Gọi M là trung điểm của AC và N là trung điểm của SM . Điểm P trên cạnh SC sao cho $SP = 2PC$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BN và MP .

Câu 4. (2 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (2-y)\sqrt{x-y+1} + x = 2 + (x-y)\sqrt{y-1} \\ 2y^2 - 3x + 2y - 3 = 2\sqrt{x-2y+2} - \sqrt{4x-5y+2} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 5. (4 điểm)

5.1. Một chiếc cầu bắc qua sông, mặt dưới gầm cầu có dạng cung AB biểu thị bởi đồ thị hàm số $y = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cos \frac{x}{12} + 2$ với $x \in [-6\pi; 6\pi]$ trong hệ trục tọa độ Oxy với đơn vị trục là mét (trục Ox mô tả mặt nước sông) như hình minh họa dưới đây:



Biết quy định chiều cao tối đa của các phương tiện giao thông hàng hóa qua lại dưới gầm cầu phải thấp hơn mặt dưới gầm ít nhất 0,8 mét. Một sà lan chở khối hàng hóa có hình dạng là một khối hộp chữ nhật với độ cao 5,2 mét so với mặt nước sông muốn đi qua gầm cầu. Tính bề rộng tối đa của khối hàng hóa để sà lan qua được gầm cầu đúng quy định (lấy số $\pi = 3,14$).

5.2. Cho ba số thực a, b, c thuộc đoạn $[1; 4]$ và thỏa $a \geq b, a \geq c$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a}{3a+5b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$.

----- **Hết** -----

Họ tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Giám thị 1: Ký tên:..... Giám thị 2:..... Ký tên:.....