

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂY NINH

KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12 THPT VÒNG TỈNH NĂM HỌC 2020 - 2021

Ngày Thi: 08 tháng 10 năm 2020 (Buổi thi thứ hai)
Môn thi: TOÁN – Lớp: 12 THPT
Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề).

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang, thí sinh không phải chép đề vào giấy thi)

Bài 1: (5 điểm)

Giải hệ phương trình trên tập số thực:
$$\begin{cases} 2x = y(1 - x^2) \\ 2y = z(1 - y^2) \\ 2z = x(1 - z^2) \end{cases}$$

Bài 2: (5 điểm)

Cho dãy số (u_n) thỏa mãn:
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n^2 + 5u_n + 2}{u_n^2 + u_n + 1}; n \geq 1, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Chứng minh dãy số (u_n) có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

Bài 3: (5 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên tố p, q sao cho: $pq \mid (2^p + 2^q)$.

Bài 4: (5 điểm)

Trong tam giác ABC , đường tròn nội tiếp tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F . Một đường tròn (w) đi qua A và tiếp xúc với BC tại D cắt các đường thẳng BF, CE tương ứng tại K và L . Đường thẳng đi qua E và song song với DL cắt đường thẳng đi qua F và song song với DK tại P . Đặt R_1, R_2, R_3, R_4 lần lượt là độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác AFD, AED, FPD, EPD . Chứng minh rằng $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$.

---- Hết ----