

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH TÂY NINH
KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn thi: TOÁN (chuyên)
Thời gian: 150 phút

Câu 1.

Giải phương trình $(x-1)(x^2-5x-24)=0$

Câu 2.

Rút gọn biểu thức $T = \frac{\sqrt{9+4\sqrt{5}} - \sqrt{29-12\sqrt{5}}}{\sqrt{5}}$

Câu 3.

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH ($H \in BC$). Biết $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$ và $AH = \frac{12}{5}a$. Tính theo a độ dài BC

Câu 4. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2y - 5xy^2 + xy = 0 & (1) \\ x - 2y + xy = 6 & (2) \end{cases}$$

Câu 5.

Chứng minh rằng nếu p là một số nguyên tố lớn hơn 3 thì $p^2 - 1$ chia hết cho 24

Câu 6.

Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $S = \frac{2x_1x_2 + 15}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Câu 7.

Cho tam giác ABC nhọn, không cân có O là tâm đường tròn ngoại tiếp và AH là đường cao, với H thuộc BC . Gọi M là trung điểm cạnh BC và K là hình chiếu vuông góc của M trên cạnh AC . Đường tròn tâm I ngoại tiếp tam giác ABK cắt lại cạnh BC tại D

a) Chứng minh $CH.CM = CB.CD$

b) Gọi N là trung điểm AB . Chứng minh I là trung điểm của ON

Câu 8.

Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle ACB = 15^\circ$ và M là trung điểm BC . Lấy điểm D thuộc cạnh BC sao cho $CD = AB$. Tính số đo góc MAD

Câu 9.

Cho a, b, c là các số thực có tổng bằng 0 và $-1 \leq a, b, c \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + 2b^2 + c^2$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$(x-1)(x^2-5x-24)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2-8x+3x-24)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-8)(x+3)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=8 \\ x=-3 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm phương trình là $S = \{-3; 1; 8\}$

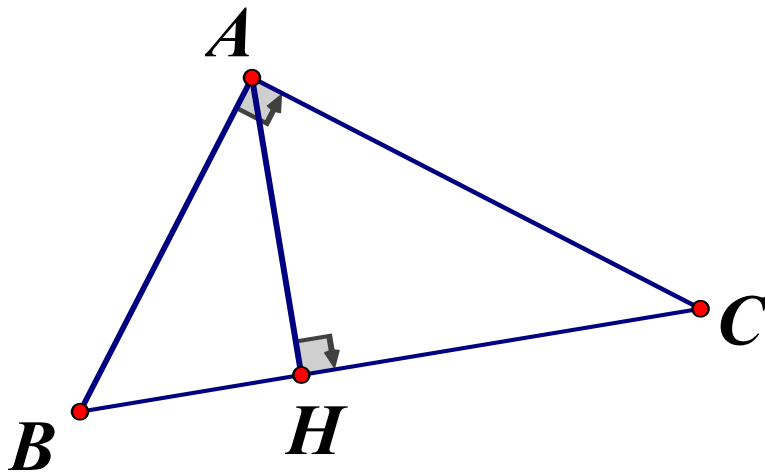
Câu 2.

$$\sqrt{9+4\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}+2)^2} = \sqrt{5}+2 \quad ; \quad \sqrt{29-12\sqrt{5}} = \sqrt{(2\sqrt{5}-3)^2} = 2\sqrt{5}-3$$

$$\Rightarrow T = \frac{\sqrt{5}+2-(2\sqrt{5}-3)}{\sqrt{5}} = \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}-1$$

Vậy $T = \sqrt{5}-1$

Câu 3.



Ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ và $AB = \frac{3}{4}AC$

$$\Rightarrow AC = \frac{5}{3}AH = 4a \Rightarrow AB = 3a$$

Vậy $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5a$

Câu 4.

$$(1) \Leftrightarrow xy(x - 5y + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x - 5y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$*) x = 0 \Rightarrow (2) \Leftrightarrow y = -3$$

$$*) y = 0 \Rightarrow (2) \Leftrightarrow x = 6$$

$$*) x - 5y + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 5y - 1 \Rightarrow (2) \Leftrightarrow 5y^2 + 2y - 7 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 1 \Rightarrow x = 4 \\ y = -\frac{7}{5} \Rightarrow x = -8 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có 4 nghiệm $(0; -3); (6; 0); (4; 1); \left(-8; -\frac{7}{5}\right)$

Câu 5.

$$\text{Ta có: } (p^2 - 1) = (p - 1)(p + 1)$$

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ

$$\Rightarrow (p - 1); (p + 1) \text{ là hai số chẵn liên tiếp nên } (p - 1)(p + 1) \vdots 8(1)$$

$$(p - 1); p; (p + 1) \text{ là 3 số tự nhiên liên tiếp nên có 1 số chia hết cho 3}$$

$$\text{Mà } p \text{ không chia hết cho 3} \Rightarrow \begin{cases} (p - 1) \vdots 3 \\ (p + 1) \vdots 3 \end{cases} (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) và } (3, 8) = 1 \Rightarrow (p - 1)(p + 1) \vdots 24 \text{ hay } (p^2 - 1) \vdots 24$$

Câu 6.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4(m - 7) > 0 \Leftrightarrow (m - 2)^2 + 24 > 0 (\forall m)$$

$$\text{Theo Vi - et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \frac{2x_1 x_2 + 15}{(x_1 + x_2)^2 + 2} = \frac{2m + 1}{m^2 + 2} = \frac{(m + 2)^2}{2(m^2 + 2)} - \frac{1}{2}$$

$$\text{Do } \frac{(m + 2)^2}{2(m^2 + 2)} \geq 0, \forall m \Rightarrow \text{Min } S = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -2$$

Vì tứ giác $ABDK$ nội tiếp nên $\angle ABK = \angle DKC \Rightarrow \triangle CBA \sim \triangle CKD (g.g)$

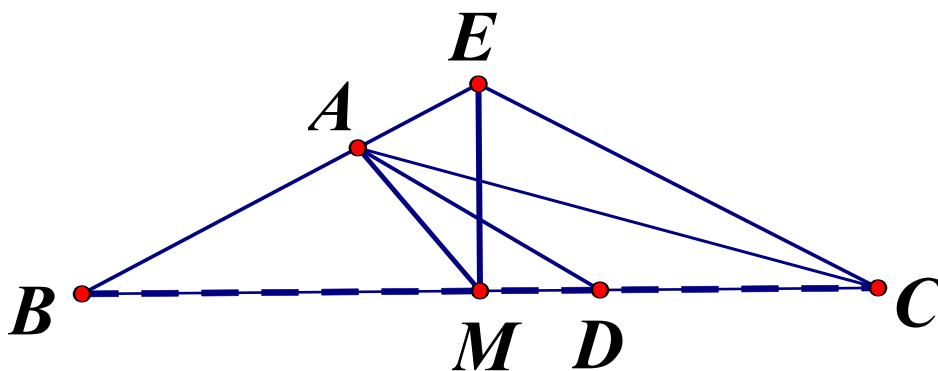
Từ (1) và (2) suy ra $CH.CM = CB.CD$

Ta có : P là trung điểm HB (vì N là trung điểm AB)

Nên $BP = \frac{1}{2}BH = \frac{1}{2}(BC - HC) = MC - DC = MD$

Vậy I là trung điểm ON

Câu 8.



Kẻ đường thẳng qua M vuông góc với BC cắt AB tại E

Khi đó $\angle BCE = \angle BEC = 30^\circ = 2\angle BCA \Rightarrow CA$ là phân giác của $\angle BCE$

Do đó $\frac{AE}{AB} = \frac{CE}{CB}$ mà $CE = BE$ và $CD = AB$ nên $\frac{AE}{CD} = \frac{BE}{BC}$

$\Rightarrow AD \parallel CE$ dẫn đến $\angle DAC = \angle ACE = 15^\circ$

$\triangle MEC$ là nửa tam giác đều nên $CE = 2ME$

Từ đó ta có: $\frac{AE}{AB} = \frac{CE}{CB} = \frac{2ME}{2MB} = \frac{ME}{MB} \Rightarrow MA$ là tia phân giác của $\angle BME$ hay

$\angle BMA = 45^\circ$

Như vậy, $\angle MAD = \angle BAC - \angle BAM - \angle DAC$

$= (180^\circ - 30^\circ - 15^\circ) - (180^\circ - 30^\circ - 45^\circ) - 15^\circ = 15^\circ$

Câu 9.

Ta có: $P = (a + c)^2 + 2b^2 - 2ac = 3b^2 - 2ac$

Nếu $ac \geq 0 \Rightarrow 3b^2 - ac \leq 3.1 - 0 = 3$. Đẳng thức xảy ra khi $b^2 = 1, ac = 0$

Chẳng hạn bộ $(a; b; c) = (1; -1; 0)$ thỏa $P = 3$

Nếu $ac < 0$ thì a, c trái dấu và khi đó, b sẽ cùng dấu với một trong hai số $a; c$. Không mất tính tổng quát, giả sử $ab \geq 0$. Khi đó ta viết lại

$$P = (a + b)^2 - 2ab + b^2 + c^2 = 2c^2 + b^2 - 2ab$$

Suy ra $P \leq 2.1 + 1 - 2.0 = 3$. Vậy GTLN của P là 3.