

Câu 1. (2,0 điểm) ✓

a) Cho đường thẳng (d): $y = 2x + a^2 - 2a$ (a là tham số). Tìm số nguyên dương a để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

b) Cho hàm số $y = 4x + m^2 - 5m$ (với m là tham số) có đồ thị là đường thẳng (d) và hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P). Tìm điều kiện của m để (d) và (P) không có điểm chung.

c) Rút gọn biểu thức:

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{2\sqrt{x}-1}{2024x-2024} \text{ với } x \geq 0, x \neq 1, x \neq \frac{1}{4}.$$

Câu 2. (1,0 điểm) ✓

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m^2 - 3 = 0$ (x là ẩn số, m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa

$$\text{mãn } x_1^2 x_2 - \frac{1}{2} x_1^2 = \frac{1}{2} x_2^2 - x_1 x_2^2.$$

Câu 3. (1,0 điểm) ✓ Giải phương trình: $\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x} = 5 - \sqrt{4+3x-x^2}$. ✓

Câu 4. (1,0 điểm) ✓ Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y + xy^2 = 6x^2 \\ x^2 + 1 + x^2 y^2 = 6x^2 \end{cases} \quad -0,25đ$$

Câu 5. (1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$T = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+4}} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x-4}} - \frac{4x+32}{x-16} \text{ với } x \geq 0, x \neq 16.$$

Câu 6. (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương.

$$\text{Chứng minh bất đẳng thức: } \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 2.$$

Câu 7. (3,0 điểm) 2

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ điểm A vẽ hai tiếp tuyến AB, AC của đường tròn tâm O (với B, C là hai tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn. ✓

b) Vẽ đường kính CE của đường tròn (O), đoạn thẳng AE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F . Chứng minh: $AB^2 = AE \cdot AF$. ✓

c) Gọi H là giao điểm của OA và BC ; gọi I là giao điểm của BF và OA . Chứng minh: I là trung điểm của AH .