

Câu I. (3,5 điểm)

- Rút gọn biểu thức sau: $A = \sqrt{(2\sqrt{2} + 5)^2} - \sqrt{8}$
- Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH ($H \in BC$), biết $AB = 6\text{cm}$, $BH = 3,6\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AH và AC .
- Tìm giá trị của m để đường thẳng $(d): y = (2m - 1)x + m + 5$ đi qua điểm $A(-1; 3)$.
- Một quả bóng nhựa dạng hình cầu có đường kính bằng 22cm được trang trí bởi các màu sơn: đỏ, xanh và trắng. Phần được sơn màu xanh chiếm 30% diện tích bề mặt quả bóng. Tính diện tích phần bề mặt quả bóng được sơn màu xanh. (lấy $\pi \approx 3,14$)

Câu II. (3,0 điểm)

- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + y = 3 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$
- Cho phương trình: $x^2 + 2mx + 2m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức: $P = \frac{x_1 + x_2}{x_1^2 + x_2^2 - 1}$ đạt giá trị lớn nhất.
- Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:
Một tổ công nhân được giao may 240 cái áo trong một số ngày quy định. Khi may xong 80 cái áo đầu tiên, tổ quyết định may thêm 20 cái áo mỗi ngày so với quy định. Vì vậy tổ hoàn thành công việc sớm hơn so với quy định 1 ngày và may thêm được 20 cái áo. Hỏi theo quy định thì tổ phải may trong bao nhiêu ngày?

Câu III. (2,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có đường kính BC . Gọi A là điểm chính giữa của cung BC . Kẻ đường kính AD . Lấy điểm E thuộc cung nhỏ AC (E khác A và C). Gọi F là giao điểm của hai đường thẳng AB và CE . Kẻ AH vuông góc với FC ($H \in FC$), AC cắt OH tại I . Chứng minh rằng:

- Tứ giác $AHCO$ nội tiếp.
- HO là tia phân giác của góc AHC và $AI.AH = HF.CI$
- Ba điểm F, I, D thẳng hàng.

Câu IV. (1,0 điểm)

- Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $x^2 + 5y^2 = 12y - 2xy + 1$
- Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 675$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{15a}{675 - bc} + \frac{15b}{675 - ac} + \frac{15c}{675 - ab}$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Phòng thi:
Giám thị 1: Giám thị 2:

Câu I. (3,5 điểm)

Phần, ý	Nội dung	Điểm
1	$A = \sqrt{(2\sqrt{2} + 5)^2} - \sqrt{8} = 2\sqrt{2} + 5 - 2\sqrt{2} = 5$	1,0
2	• $AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow AH = \sqrt{6^2 - 3,6^2} = 4,8 \text{ (cm)}$	0,5
	• $AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{6^2}{3,6} = 10 \text{ (cm)}$	0,25
	• $BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow AC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (cm)}$	0,25
3	(d): $y = (2m - 1)x + m + 5$ đi qua $A(-1; 3) \Leftrightarrow (2m - 1) \cdot (-1) + m + 5 = 3$ $\Leftrightarrow m = 3$	0,5 0,5
4	• Diện tích mặt cầu là: $S = \pi \cdot 22^2 \approx 3,14 \cdot 484 = 1519,76 \text{ (cm}^2\text{)}$	0,25
	• Diện tích được sơn màu xanh là: $S_{\text{xanh}} \approx 30\% \cdot 1519,76 = 455,928 \text{ (cm}^2\text{)}$	0,25

Câu II. (3,0 điểm)

Phần, ý	Nội dung	Điểm
1	* ĐK: $x \geq -1$ $\begin{cases} \sqrt{x+1} + y = 3 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x+1} + 2y = 6 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2\sqrt{x+1} - 7 = 0 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1) + 2\sqrt{x+1} - 6 = 0 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 2 \\ \sqrt{x+1} = -4 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (TM)} \\ y = 1 \end{cases}$	0,5
2	$\Delta = m^2 - 2m + 1 = (m - 1)^2 \geq 0, \forall m \in \mathbb{R}.$	0,25
	PT đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2 với $\forall m \in \mathbb{R}$ Theo viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 1 \end{cases}$ Tính được $P = \frac{-2m}{4m^2 - 4m + 1}$	0,25
	Cách 1: Biến đổi được thành $4Pm^2 - 2(2P - 1)m + P = 0 \quad (*)$ + $P = 0$ đạt khi $m = 0$; + $P \neq 0$: Để có giá trị P thì PT(*) ẩn m phải có nghiệm $\Rightarrow \Delta' = [-(2P - 1)]^2 - 4 \cdot P \cdot P = -4P + 1 \geq 0 \Rightarrow P \leq \frac{1}{4}$ Dấu "=" xảy ra khi $m = \frac{-1}{2}$. Vậy $m = -\frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm.	0,5

	Cách 2: Đặt $2m-1=t$, ta được: $P = \frac{-t-1}{t^2} = -\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = -\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}$ $\max P = \frac{1}{4} \text{ khi } \frac{1}{t} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow t = -2 \Leftrightarrow m = \frac{-1}{2}$	
3	• Gọi số áo tổ công nhân phải may mỗi ngày theo kế hoạch là x (áo, $x \in N^*$) $\Rightarrow$ Thời gian hoàn thành kế hoạch là $\frac{240}{x}$ (ngày).	0,25
	• Lập được phương trình: $\frac{240}{x} - \left(\frac{80}{x} + \frac{180}{x+20}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{160}{x} - \frac{180}{x+20} = 1$	0,5
	• Giải phương trình tìm được nghiệm $x=40$ thỏa mãn yêu cầu. Vậy theo kế hoạch tổ phải may trong $240:40=6$ ngày.	0,25

Câu III. (2,5 điểm)

Phần, ý	Nội dung	Điểm
		0,25
1	Ta có: $AHC = AOC = 90^\circ$ (gt)	0,25
	$\Rightarrow AHC + AOC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác $AHCO$ nội tiếp.	0,5
2	• Tứ giác $AHCO$ nội tiếp $\Rightarrow AHO = ACO$; $OAC = OHC$ Mà $ACO = OAC$ (do $OA = OC$) Suy ra $AHO = OHC$, hay HO là tia phân giác của góc AHC.	0,5
	• Tam giác HAC có HI là phân giác $\Rightarrow \frac{AI}{CI} = \frac{AH}{CH}$ (1) • C/m được $\triangle HAF \sim \triangle HCA$ (hoặc dùng hệ thức lượng) $\Rightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{HF}{AH}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\frac{AI}{CI} = \frac{HF}{AH} \Rightarrow AI \cdot AH = HF \cdot CI$ (đpcm)	0,5

3	• $\Delta HAF \sim \Delta HCA \Rightarrow \frac{HF}{HA} = \frac{AF}{AC}$, mà $\frac{HF}{AH} = \frac{AI}{CI}$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AI}{CI}$, mà $AC = CD \Rightarrow \frac{AF}{CD} = \frac{AI}{CI}$	0,25
	• C/m được $\Delta AFI \sim \Delta CDI$ (c.g.c) $\Rightarrow AIF = CID$ $\Rightarrow AIF + AID = CID + AID = 180^\circ$ $\Rightarrow E, I, D$ thẳng hàng.	0,25

Câu IV. (1,0 điểm)

Phần, ý	Nội dung	Điểm
1	$x^2 + 5y^2 = 12y - 2xy + 1$ $\Leftrightarrow (x+y)^2 + (2y-3)^2 = 10 = 1^2 + 3^2$ Vì $x, y \in \mathbb{N}^*$ nên $x+y > 1$. Suy ra: $\begin{cases} (x+y)^2 = 3^2 \\ (2y-3)^2 = 1^2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ 2y-3=1 \\ 2y-3=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \end{cases}$ Kết luận:...	0,25
2	• $675 - bc \geq 675 - \frac{b^2 + c^2}{2} = 675 - \frac{675 - a^2}{2} = \frac{675 + a^2}{2}; 15a \leq \frac{a^2 + 225}{2}$ $\Rightarrow \frac{15a}{675 - bc} \leq \frac{a^2 + 225}{a^2 + 675} = 1 - \frac{450}{a^2 + 675}$ • Tương tự: $\frac{15b}{675 - ca} \leq 1 - \frac{450}{b^2 + 675}; \frac{15c}{675 - ab} \leq 1 - \frac{450}{c^2 + 675}$	0,25
	• $P \leq 3 - 450 \cdot \left(\frac{1}{a^2 + 675} + \frac{1}{b^2 + 675} + \frac{1}{c^2 + 675} \right)$ $\leq 3 - 450 \cdot \frac{9}{a^2 + b^2 + c^2 + 675 \cdot 3} = \frac{3}{2}$ - Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 15$. - Vậy $\max P = \frac{3}{2}$, đạt được khi $a = b = c = 15$.	0,25

*** Chú ý: Các lời giải đúng khác đều được xem xét cho điểm tương ứng.**

----- HẾT -----