

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x+2025}}$.

2) Cho đường thẳng $y = x + 2$ cắt parabol $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt. Tính tổng hoành độ của hai điểm đó.

3) Tính chu vi của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều có độ dài cạnh bằng $3\sqrt{3}$.

4) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$, $AC = 4$. Quay tam giác ABC một vòng quanh cạnh AC . Tính thể tích của hình được tạo thành.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{x + 5\sqrt{x} + 4} - \frac{\sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + \frac{3\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0$.

1) Rút gọn biểu thức A .

2) Tìm tất cả các giá trị của x để $A = 1$.

Câu 3. (2,5 điểm)

1) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (với m là tham số).

a) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ sao cho

$T = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

2) Giải phương trình $\sqrt{x-2} - \sqrt{x+2} = 2\sqrt{x^2-4} - 2x + 2$.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) với đường kính BC . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D , gọi DA là tiếp tuyến của đường tròn (O) với A là tiếp điểm. Kẻ đường thẳng qua A vuông góc với BC tại M và cắt đường tròn (O) tại E (E khác A). Gọi AH là đường cao của tam giác ABE , AH cắt BC tại F . Gọi I là trung điểm của đoạn AH , đường thẳng BI cắt đường tròn (O) tại K (K khác B), AK cắt BD tại N .

1) Chứng minh các điểm E, M, F, H cùng thuộc một đường tròn và $DB \cdot DC = DM \cdot DO$.

2) Chứng minh $AFEC$ là hình thoi và $BAH = ADB$.

3) Chứng minh $MK \perp AN$ và đường thẳng DK cắt đường thẳng OE tại một điểm nằm trên đường tròn (O) .

Câu 5. (1,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2\sqrt{xy - y^2} - y = 4y + 1 \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y - 1} = 2y. \end{cases}$$

2) Xét ba số dương a, b, c thay đổi và thỏa mãn điều kiện $abc = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{3a+1} + \frac{b}{3b+1} + \frac{c}{3c+1} \leq \frac{3}{4}.$$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:.....

Họ tên, chữ ký CBCT 1

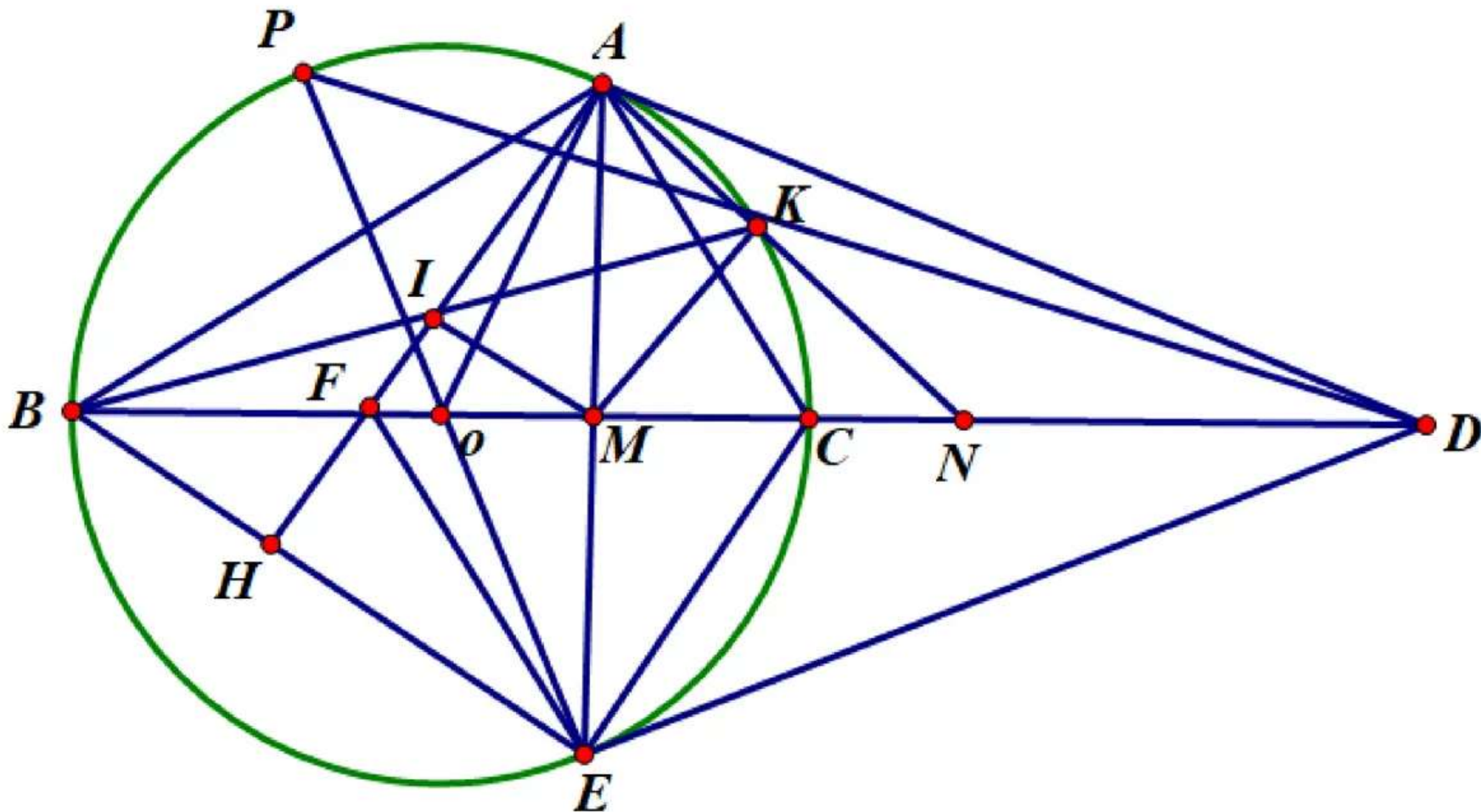
Số báo danh:

Họ tên, chữ ký CBCT 2

Dành cho học sinh thi vào các lớp chuyên xã hội
(Hướng dẫn chấm gồm: 05 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x+2025}}$.	(2,0đ)
	2) Cho đường thẳng $y = x + 2$ cắt parabol $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt. Tính tổng hoành độ của hai điểm đó.	
	3) Tính chu vi của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều có độ dài cạnh bằng $3\sqrt{3}$.	
	4) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$, $AC = 4$. Quay tam giác ABC một vòng quanh cạnh AC . Tính thể tích của hình được tạo thành.	
1)	Điều kiện xác định $x + 2025 > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x > -2025$.	0,25
2)	Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = x + 2$ và parabol $y = x^2$ là nghiệm của phương trình: $x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2. \end{cases}$	0,25
	Vậy tổng hoành độ hai giao điểm là: $2 - 1 = 1$.	
3)	Tính đúng bán kính của đường tròn là $R = 3$.	0,25
	Chu vi đường tròn là $2\pi R = 6\pi$.	0,25
4)	Hình được tạo thành là hình nón có bán kính đáy là $r = AB = 3$, độ dài đường cao $h = AC = 4$.	0,25
	Thể tích của hình nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 12\pi$.	0,25
Câu 2	Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{x + 5\sqrt{x} + 4} - \frac{\sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + \frac{3\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0$. 1) Rút gọn biểu thức A . 2) Tìm tất cả các giá trị của x để $A = 1$.	1,5
1)	$\frac{\sqrt{x} + 4}{x + 5\sqrt{x} + 4} = \frac{\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 4)} = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
	$A = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + \frac{3\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 1} = \frac{x - \sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{x\sqrt{x} + 1} + \frac{3\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 1}$ $= \frac{x - \sqrt{x} + 1 - x - \sqrt{x} + 3\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 1}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)}$	0,25

	$= \frac{1}{x - \sqrt{x+1}}.$	0,25
2)	Ta có $A=1 \Leftrightarrow \frac{1}{x - \sqrt{x+1}} = 1 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$ (thỏa mãn đk).	0,25
Câu 3	1) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (với m là tham số). a) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu. b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ sao cho $T = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất. 2) Giải phương trình $\sqrt{x-2} - \sqrt{x+2} = 2\sqrt{x^2-4} - 2x + 2$.	2,5
1.a)	Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $2m - 5 < 0$	0,25
	$\Leftrightarrow m < \frac{5}{2}.$	0,25
1.b)	Ta có $\Delta' = (m-1)^2 - 2m + 5 = m^2 - 4m + 6 = (m-2)^2 + 2 > 0$ với mọi m $\Rightarrow$ phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m	0,25
	Áp dụng định lí Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = 2m-5 \end{cases}$ $T = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2$	0.25
	$= 4(m-1)^2 - 6(2m-5) = 4m^2 - 20m + 34$	0,25
	$= (2m-5)^2 + 9 \geq 9$ với mọi m	0,25
	Với $m = \frac{5}{2}$ thì $T = 9$. GTNN của T là 9 khi $m = \frac{5}{2}$.	
	Vậy $m = \frac{5}{2}$.	
2)	Điều kiện: $x \geq 2$, đặt $t = \sqrt{x-2} - \sqrt{x+2} \Rightarrow t^2 = 2x - 2\sqrt{x^2-4}$	0,25
	Phương trình trở thành $t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-2 \end{cases}$	0,25
	Với $t = 1$, ta có: $\sqrt{x-2} - \sqrt{x+2} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x+2} \Leftrightarrow x-2 = (1 + \sqrt{x+2})^2$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x+2} = -5$, phương trình vô nghiệm	0,25
	Với $t = -2$, ta có $\sqrt{x-2} - \sqrt{x+2} = -2 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 2 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x+2 = (2 + \sqrt{x-2})^2 \Leftrightarrow x = 2$ (thỏa mãn điều kiện).	0,25

	Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 2$.	
Câu 4	Cho đường tròn (O) với đường kính BC. Trên tia đối của tia CB lấy điểm D, gọi DA là tiếp tuyến của đường tròn (O) với A là tiếp điểm. Kẻ đường thẳng qua A vuông góc với BC tại M và cắt đường tròn (O) tại E (E khác A). Gọi AH là đường cao của tam giác ABE, AH cắt BC tại F. Gọi I là trung điểm của đoạn AH, đường thẳng BI cắt đường tròn (O) tại K (K khác B), AK cắt BD tại N. 1) Chứng minh các điểm E, M, F, H cùng thuộc một đường tròn và $DB.DC = DM.DO$. 2) Chứng minh $AFEC$ là hình thoi và $BAH = ADB$. 3) Chứng minh $MK \perp AN$ và đường thẳng DK cắt đường thẳng OE tại một điểm nằm trên đường tròn (O).	3,0 đ
		
1)	Ta có AE vuông góc với BC tại M nên $FME = 90^\circ$ suy ra M thuộc đường tròn đường kính EF (1).	0,25
	$EHF = 90^\circ$ suy ra H thuộc đường tròn đường kính EF (2). Từ (1), (2) suy ra 4 điểm E, M, F, H cùng thuộc một đường tròn.	0,25
	AM là đường cao của tam giác vuông ADO nên ta có $AD^2 = DM.DO$ (3)	0,25
	Xét $\triangle DAC$ và $\triangle DBA$ có $\begin{cases} DAC = DBA \\ D \text{ chung} \end{cases} \Rightarrow \triangle DAC \sim \triangle DBA$ $\Rightarrow \frac{DC}{DA} = \frac{DA}{DB} \Rightarrow DA^2 = DB.DC$ (4) Từ (3) và (4) ta có $DB.DC = DM.DO$	0,25
2)	$OC \perp AE \Rightarrow M$ là trung điểm của AE .	
	Ta có $EF \parallel AC$ (vì cùng vuông góc với AB) $\Rightarrow MAC = MEF$ $\Rightarrow \triangle AMC = \triangle EMF$ (g.c.g)	0,25
	$\Rightarrow MC = MF$ nên $AFEC$ là hình thoi	0,25

	Ta có $ABH = DAM$ (cùng bằng $\frac{1}{2}$ số đo AE)	0,25
	Mà $\begin{cases} ABH + BAH = 90^\circ \\ DAM + ADB = 90^\circ \end{cases}$. Do đó $BAH = ADB$.	0,25
3)	Gọi P là giao điểm của đường thẳng DK và OE . $KAM = KBE$ (cùng chắn cung KE) $KBE = KIM$ (vì $IM \parallel BE$) $\Rightarrow KAM = KIM$	0,25
	$\Rightarrow$ tứ giác $AKMI$ nội tiếp $\Rightarrow MK \perp AN$ (vì $MLA = 90^\circ$)	0,25
	$KMD = KAE$ (cùng phụ với AMK) $KAE = KED$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và góc nội tiếp cùng chắn cung KE) $\Rightarrow KMD = KED$ nên tứ giác $DKME$ nội tiếp $\Rightarrow AMK = PDE$ (cùng bù với KME)	0,25
	Do đó $\triangle AKM \sim \triangle PED$ (vì có $AMK = PDE, PED = AKM = 90^\circ$) $\Rightarrow KAM = EPD$ hay $KAE = EPK$ nên P nằm trên đường tròn (O) .	0,25
Câu 5	1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2\sqrt{xy - y^2} - y = 4y + 1 & (1) \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y - 1} = 2y & (2) \end{cases}$. 2) Xét ba số dương a, b, c thay đổi và thỏa mãn điều kiện $abc = 1$. Chứng minh rằng $\frac{a}{3a+1} + \frac{b}{3b+1} + \frac{c}{3c+1} \leq \frac{3}{4}$.	1,0
1	ĐK: $\begin{cases} xy - y^2 - y \geq 0 \\ 4y^2 - x - 2 \geq 0 (*) \\ y \geq 1 \end{cases}$ pt (1) $\Leftrightarrow (x - y - 1) + 2\sqrt{(x - y - 1)y} - 3y = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x - y - 1} - \sqrt{y})(\sqrt{x - y - 1} + 3\sqrt{y}) = 0$ $\Leftrightarrow x - y - 1 = y \Leftrightarrow x = 2y + 1$	0,25
	Khi $x = 2y + 1$ thì pt (2) trở thành $\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + \sqrt{y - 1} = 2y \Leftrightarrow \sqrt{4y^2 - 2y - 3} - (2y - 1) + \sqrt{y - 1} - 1 = 0$ $\Leftrightarrow \frac{4y^2 - 2y - 3 - (2y - 1)^2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{y - 2}{\sqrt{y - 1} + 1} = 0 \Leftrightarrow \frac{2y - 4}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{y - 2}{\sqrt{y - 1} + 1} = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y - 2 = 0 \\ \frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{1}{\sqrt{y - 1} + 1} = 0 \text{ (vn)} \end{cases} \Leftrightarrow y = 2.$	0,25

	Với $y = 2 \Rightarrow x = 5$ (tm đk (*)). Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (5; 2)$.	
2	Đặt $a = \frac{x}{y}, b = \frac{y}{z}, c = \frac{z}{x}$ với $x, y, z > 0$. Ta cần chứng minh $\frac{x}{3x+y} + \frac{y}{3y+z} + \frac{z}{3z+x} \leq \frac{3}{4}$. Thật vậy, $\frac{x}{3x+y} + \frac{y}{3y+z} + \frac{z}{3z+x} \leq \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{3x}{3x+y} + \frac{3y}{3y+z} + \frac{3z}{3z+x} \leq \frac{9}{4}$	0,25
	$\Leftrightarrow 1 - \frac{3x}{3x+y} + 1 - \frac{3y}{3y+z} + 1 - \frac{3z}{3z+x} \geq 3 - \frac{9}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{y}{3x+y} + \frac{z}{3y+z} + \frac{x}{3z+x} \geq \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{y^2}{3xy+y^2} + \frac{z^2}{3yz+z^2} + \frac{x^2}{3zx+x^2} \geq \frac{3}{4}$ $VT \geq \frac{(x+y+z)^2}{3xy+3yz+3zx+x^2+y^2+z^2} \geq \frac{3}{4} \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+zx \text{ (luôn đúng)}.$	0,25

Lưu ý:

+ Các cách giải khác đáp án nếu đúng, phù hợp với chương trình THCS, ban giám khảo thống nhất cho điểm thành phần tương ứng.

_____HẾT_____