

**UBND TỈNH THÁI NGUYÊN
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

TOANMATH.com

Đề thi gồm có 01 trang

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 12

NĂM HỌC: 2020 – 2021

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (6,0 điểm)

- a) Tìm cực trị của hàm số $y = x + 2\sqrt{x^2 + x + 1}$.
- b) Cho hàm số $y = -x^7 + m(2m-3)x^4 + m(2m^2-5m+3)x^2 + 2020$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2. (6,0 điểm)

- a) Giải bất phương trình $\sqrt{2x+4} - 2\sqrt{2-x} \geq \frac{6x-4}{5\sqrt{x^2+1}}$.
- b) Giải phương trình $32 \cos^6\left(\frac{x}{2}\right) + \sin 3x = 3 \sin x$.

Câu 3. (3,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $AD = 3a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = 4a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh SD và AD .

- a) Tính góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (BMN) .
- b) Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm B , M và song song với AC . Biết mặt phẳng (α) cắt các cạnh SA , SC lần lượt tại hai điểm E , F . Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $(BEMF)$.

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$ (tam giác ABC không cân). Gọi O, I lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp của tam giác ABC . $AD (D \in BC)$ là đường phân giác trong của $\widehat{BAC}$. Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm $E (E \neq A)$. Đường thẳng d đi qua điểm I và vuông góc với AE cắt đường thẳng BC tại điểm K . Đường thẳng KA, KE cắt đường tròn (O) lần lượt tại các điểm $M, N (M \neq A; N \neq E)$. Đường thẳng ND, NI cắt đường tròn (O) lần lượt tại các điểm $P, Q (P \neq N; Q \neq N)$. Chứng minh rằng EQ là đường trung trực của đoạn thẳng MP .

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2020 \\ u_{n+1} = u_n^{2021} + 2020u_n^{2020} + u_n \end{cases} (*)$.

- a) Chứng minh $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$.
- b) Tính $\lim \left(\frac{u_1^{2020}}{u_2 + 2020} + \frac{u_2^{2020}}{u_3 + 2020} + \dots + \frac{u_n^{2020}}{u_{n+1} + 2020} \right)$.

Câu 6. (1,0 điểm)

Cho x, y, z là các số thực dương thay đổi thỏa mãn: $x + y + z = 3$. Chứng minh rằng:

$$3(x^2 + y^2 + z^2) \geq 2(x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2) + 3.$$

_____ **HẾT** _____