

Bài 1. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} - \frac{2x+5\sqrt{x}+4}{x+5\sqrt{x}+6}$ với $x \geq 0$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để $A \leq \frac{2}{3}$

Bài 2. a) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx - m - 2$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ sao cho $y_1 + y_2 - x_1 x_2 = 4$

b) Tìm các nghiệm nguyên của phương trình $2x^2 + 5y^2 + 4x = 4y + 4xy + 19$

Bài 3. a) Giải phương trình $2\sqrt{\frac{3x-1}{x}} = \frac{4x-1}{3x-1}$

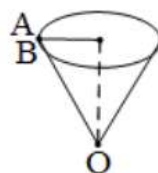
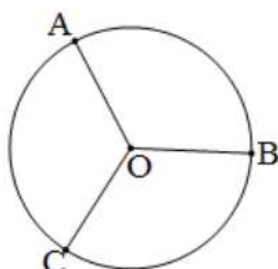
b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} y^2 - y(\sqrt{2x-2} + 1) + \sqrt{2x-2} = 0 \\ (2x-1)^2 + y - 2\sqrt{7x^2 - 7x + 1} = 0 \end{cases}$$

Bài 4. 1) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi H là chân đường cao hạ từ A xuống BC.

a) Chứng minh rằng $AB \cdot AC = 2R \cdot AH$

b) Trên BC lấy điểm N tùy ý (N khác B, C). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của N trên AB, AC. Tìm vị trí của N để độ dài đoạn thẳng EF nhỏ nhất.

2) Người ta cắt một tấm tôn hình tròn bán kính 60 cm thành ba hình quạt bằng nhau. Từ mỗi hình quạt đó người ta tạo ra một hình nón bằng cách hàn sát hai bán kính của nó lại với nhau (như hình vẽ). Tâm của hình quạt tròn là đỉnh của hình nón. Tính thể tích của mỗi hình nón đó.



Bài 5. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = abc$

Chứng minh rằng $\frac{1+\sqrt{1+a^2}}{a} + \frac{1+\sqrt{1+b^2}}{b} + \frac{1+\sqrt{1+c^2}}{c} \leq abc$