

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 23 tháng 12 năm 2021

Thời gian làm bài: 180 phút

Câu I (4 điểm)

Chứng minh rằng với mọi $m \neq 2$ hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx - 1}{x^2 + 2x + 3} \right|$ có đúng 4 điểm cực trị.

Câu II (5 điểm)

1) Giải phương trình $\sqrt{x+1} + \sqrt{3x} = \sqrt{2x+2} + \sqrt{2x-1}$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 + 4\sqrt{x-1} = y^2 - 3y + 4\sqrt{y} \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$.

Câu III (2 điểm)

Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có 8 chữ số. Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 9 và chứa nhiều nhất một chữ số 9.

Câu IV (3 điểm)

Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 3; u_{n+1} = \frac{3u_n + 1}{u_n + 3}; n = 1, 2, 3, \dots$

1) Chứng minh dãy số (u_n) là dãy số giảm.

2) Tính tổng $S = \frac{1}{u_1 - 1} + \frac{1}{u_2 - 1} + \dots + \frac{1}{u_{100} - 1}$.

Câu V (4 điểm)

Trong mặt phẳng (P) , cho $\widehat{xOy} = 90^\circ$ và tia Oz thỏa mãn $\widehat{xOz} = 30^\circ; \widehat{zOy} = 60^\circ$. Trên tia Oz lấy điểm I sao cho $OI = 2a$. Trên đường thẳng d đi qua O và vuông góc với (P) , lấy điểm S sao cho $OS = a$. Mặt phẳng (Q) thay đổi đi qua SI và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại A, B (A khác O và B khác O).

1) Tính góc giữa (P) và (Q) khi I là trung điểm AB .

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.OAB$.

Câu VI (2 điểm)

Với a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} - \frac{2}{abc}$.

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký của cán bộ coi thi số 1:

Chữ ký của cán bộ coi thi số 2: