

Câu 1. (5 điểm)

Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ có đồ thị là (C) .

- 1) Tìm tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị (C) .
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 3$.
- 3) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x) + m|$ có đúng 5 điểm cực trị.

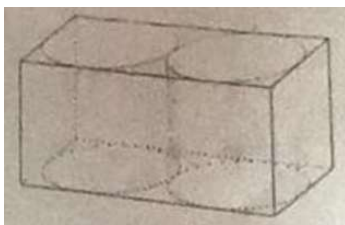
Câu 2. (3 điểm)

1) Giải phương trình $\log_3(x^2 - 4x + 1) + \log_3\left(\frac{1}{1-x}\right) = 1$ (với $x \in \mathbb{R}$).

2) Giải phương trình $4\sin x + 4\sin x \cdot \cos 2x + 2\sin 2x - 6\cos x - 3 = 0$.

Câu 3. (2 điểm)

Bạn An làm hai cái bánh là hai khối trụ bằng nhau có tổng thể tích bằng $144\pi \text{ cm}^3$ và dùng giấy carton làm một cái hộp hình hộp chữ nhật (có đủ 6 mặt) để đựng vừa khít hai cái bánh như hình vẽ. Tính diện tích nhỏ nhất của giấy carton dùng trong việc nêu trên.

**Câu 4.** (3,5 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 10a$, $BC = 12a$ (với $0 < a \in \mathbb{R}$), hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng đáy trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° .

- 1) Tính theo a diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- 2) Gọi hai điểm D, E lần lượt thuộc hai cạnh AB, BC thỏa mãn $AD \cdot BE = 60a^2$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ADE$.

Câu 5. (3 điểm)

1) Một chiếc hộp đựng 20 viên bi giống nhau, mỗi viên bi được ghi một trong các số tự nhiên từ 1 đến 20 (không có hai viên bi ghi cùng một số). Bốc ngẫu nhiên 4 viên bi từ chiếc hộp nói trên, tính xác suất để tổng các số ghi trên các viên bi chia hết cho 3.

2) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển $\left[1 - x^3(1+x)\right]^{10}$ thành đa thức (với $x \in \mathbb{R}$).

Câu 6. (3,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - y^3 - 3x^2 + 6x - 3y = 4 \\ \sqrt{3x-2} - 2x^2 = \sqrt{y+2} - y - 4 \end{cases} \quad (\text{với } x, y \in \mathbb{R}).$$

2) Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a + b + c - abc$.

----- **HẾT** -----

<https://toanmath.com/>

Thí sinh **được phép** sử dụng máy tính cầm tay, **không được phép** sử dụng tài liệu khi làm bài./.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Trường / Trung tâm:



ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI - SỞ ĐỒNG NAI NĂM HỌC 2020 – 2021

Môn: Toán 12

HỌC HỎI - CHỈ SẴN KIẾN THỨC

Thời gian: 180 phút (Không kể thời gian phát đề)

LINK NHÓM <https://www.facebook.com/groups/1916660125164699>

Câu 1. (5,0 điểm)

Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ có đồ thị là (C) .

- 1) Tìm tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị (C) .
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 3$.
- 3) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x) + m|$ có đúng 5 điểm cực trị.

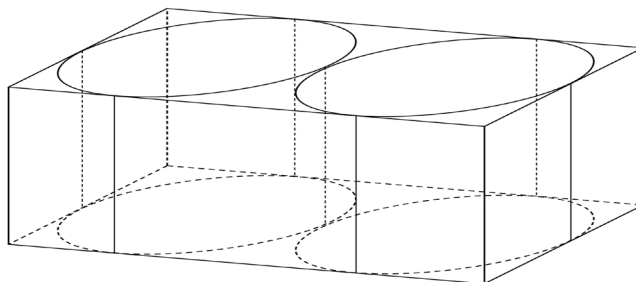
Câu 2. (3,0 điểm)

a) Giải phương trình $\log_3(x^2 - 4x + 1) + \log_3\left(\frac{1}{1-x}\right) = 1$.

b) Giải phương trình $4 \sin x + 4 \sin x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x - 6 \cos x - 3 = 0$.

Câu 3. (2,0 điểm)

Bạn An làm hai cái bánh là hai khối trụ bằng nhau có tổng thể tích bằng $144\pi \text{ cm}^3$ và dùng giấy carton làm một cái hộp hình hộp chữ nhật (có đủ 6 mặt) để đựng vừa khít hai cái bánh như hình vẽ.



Tính diện tích nhỏ nhất của giấy carton dùng trong việc nêu trên.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 10a$, $BC = 12a$ (với $0 < a \in \mathbb{R}$), hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng đáy trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° .

- 1) Tính theo a diện tích của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.
- 2) Gọi hai điểm D, E lần lượt thuộc hai cạnh AB, BC thỏa mãn $AD \cdot BE = 60a^2$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ADE$.

Câu 5. (3,0 điểm)

1) Một chiếc hộp đựng 20 viên bi giống nhau, mỗi viên bi được ghi một trong các số tự nhiên từ 1 đến 20 (không có hai viên bi ghi cùng một số). Bốc ngẫu nhiên 4 viên bi từ chiếc hộp nói trên, tính xác suất để tổng các số ghi trên các viên bi chia hết cho 3.

2) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển $[1 - x^3(1+x)]^{10}$ thành đa thức (với $x \in \mathbb{R}$).

Câu 6. (3,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - y^3 - 3x^2 + 6x - 3y = 4 \\ \sqrt{3x-2} - 2x^2 = \sqrt{y+2} - y - 4 \end{cases}$$

2) Cho các số thực $a; b; c$ thỏa $a^2 + b^2 + c^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a + b + c - abc$.

-----*HẾT*-----