

UBND TỈNH THÁI NGUYÊN
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2023 - 2024
MÔN: TOÁN

(Dành cho thí sinh thi chuyên Tin)

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,0 điểm). Không sử dụng máy tính cầm tay, rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} + 2\sqrt{2 + \sqrt{2} + \sqrt{5 - \sqrt{24}}}.$$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $x^3 - (m-1)x^2 - 2x + 2m - 9 = 0$ có nghiệm nguyên.

Câu 3 (1,0 điểm). Chứng minh rằng $2025^n + n^2 + 2024n + 5$ không phải là số chính phương với mọi số tự nhiên n .

Câu 4 (2,0 điểm). Cho tập hợp S gồm có 18 số tự nhiên khác nhau bất kỳ.

a. Lấy ra 5 phần tử bất kỳ của tập hợp S . Chứng minh rằng trong 5 phần tử lấy ra đó luôn tồn tại 3 phần tử có tổng chia hết cho 3.

b. Chứng minh rằng luôn tồn tại 9 phần tử của tập hợp S có tổng chia hết cho 9.

Câu 5 (2,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Trên đoạn thẳng AB lấy điểm K sao cho $AB = 4AK$. Trên tia đối của tia HA lấy điểm I sao cho $HI = \frac{1}{4}AH$. Kẻ KP vuông góc với đường thẳng AH ($P \in AH$). Chứng minh rằng:

a. $AH = PI$;

b. Tam giác IKC vuông tại I .

Câu 6 (2,0 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Kẻ BE vuông góc với AC tại điểm E , CF vuông góc với AB tại điểm F . Các đường thẳng BE, CF lần lượt cắt đường tròn (O) tại hai điểm P, Q ($P \neq B, Q \neq C$). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại các điểm B, C cắt đường thẳng EF lần lượt tại các điểm M, N . Đường thẳng NP cắt đường tròn (O) tại điểm K ($K \neq P$). Chứng minh rằng:

a. Tam giác NCE là tam giác cân;

b. Các điểm M, Q, K thẳng hàng.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

UBND TỈNH THÁI NGUYÊN
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2023 - 2024
MÔN: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Dành cho thí sinh thi chuyên Tin)

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

HƯỚNG DẪN CHẤM

(Bản hướng dẫn chấm gồm có 05 trang)

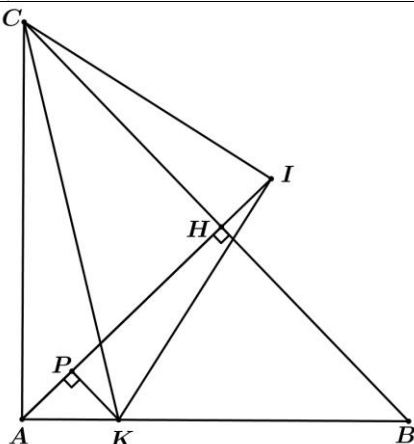
I. Hướng dẫn chung

- Giám khảo cần nắm vững yêu cầu của hướng dẫn chấm để đánh giá đúng bài làm của thí sinh. Thí sinh làm cách khác đáp án nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Khi vận dụng đáp án và thang điểm, giám khảo cần chủ động, linh hoạt với tinh thần trân trọng bài làm của học sinh.
- Nếu có việc chi tiết hóa điểm các ý cần phải đảm bảo không sai lệch với tổng điểm và được thống nhất trong toàn hội đồng chấm thi.
- Điểm toàn bài là tổng điểm của các câu hỏi trong đề thi, chấm điểm lẻ đến 0,25 và không làm tròn.

II. Đáp án và thang điểm

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	$A = \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} + 2\sqrt{2 + \sqrt{2} + \sqrt{5 - \sqrt{24}}}$ $= \frac{4(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2})} + 2\sqrt{2 + \sqrt{2} + \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}}$	0.5
	$= \sqrt{6} - \sqrt{2} + 2\sqrt{2 + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}$	0.25
	$= \sqrt{6} - \sqrt{2} + 2\sqrt{2 + \sqrt{3}}$	0.25
	$= \sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{2}\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$	0.25
	$= \sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}$	0.25
	$= \sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)$	0.25
	$= \sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{2} = 2\sqrt{6}.$	0.25
Câu 2	Ta có: $x^3 - (m-1)x^2 - 2x + 2m - 9 = 0$ $\Leftrightarrow (x^3 - 2x) - [(m-1)x^2 - 2(m-1)] = 7$ $\Leftrightarrow (x^2 - 2)(x - m + 1) = 7$	0,25

	Vì $7 = 1.7 = (-1).(-7)$ nên đề phương trình có nghiệm nguyên thì có thể xảy ra các trường hợp sau:	
	Trường hợp 1: $\begin{cases} x^2 - 2 = 1 \\ x - m + 1 = 7 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = x - 6 \\ \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} m = -6 + \sqrt{3} \\ m = -6 - \sqrt{3} \end{cases} \end{cases}.$ Vậy $m = -6 + \sqrt{3}, m = -6 - \sqrt{3}$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán. Trường hợp 2: $\begin{cases} x^2 - 2 = 7 \\ x - m + 1 = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = x \\ \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m = 3 \\ m = -3 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases}.$ Vậy $m = 3, m = -3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0.25
	Trường hợp 3: $\begin{cases} x^2 - 2 = -1 \\ x - m + 1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = x + 8 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m = 9 \\ m = 7 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases}$ Vậy $m = 7, m = 9$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Trường hợp 4: $\begin{cases} x^2 - 2 = -7 \\ x - m + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -5 \\ m = x + 2 \end{cases}.$ Trường hợp này, không có giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0.25
	Tóm lại $m = -3, m = 3, m = 7, m = 9$ là tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm nguyên.	0.25
Câu 3	Ta có nhận xét sau: Một số chính phương sẽ có dạng $4k$ hoặc $4k+1$ với $k \in \mathbb{N}$.	0.25
	Vì 2025 chia cho 4 dư 1 nên 2025^n chia cho 4 dư 1 (với mọi số tự nhiên n). $2024n$ chia hết cho 4 (với mọi số tự nhiên n). 5 chia cho 4 dư 1 .	0.25
	Vì n^2 là số chính phương nên xảy ra các trường hợp sau: Trường hợp 1: n^2 chia hết cho 4 . Khi đó, $2025^n + n^2 + 2024n + 5$ chia cho 4 dư 2 . Theo nhận xét trên thì $2025^n + n^2 + 2024n + 5$ không phải là số chính phương.	0.25
	Trường hợp 2: n^2 chia cho 4 dư 1 . Khi đó, $2025^n + n^2 + 2024n + 5$ chia cho 4 dư 3 . Theo nhận xét trên thì $2025^n + n^2 + 2024n + 5$ không phải là số chính phương.	0.25

	Tóm lại $2025^n + n^2 + 2024n + 5$ không phải là số chính phương với mọi số tự nhiên n .	
Câu 4	a. Một số tự nhiên bất kỳ khi chia cho 3 sẽ có số dư là một trong các số: 0; 1; 2. Theo nguyên lý Dirichlet, trong 5 phần tử bất kỳ của tập hợp S khi chia cho 3 sẽ có ít nhất 2 số có cùng số dư. Khi đó, có thể xảy ra các trường hợp sau: Trường hợp 1: Có 2 số chia cho 3 có cùng số dư r_1, 2 số chia cho 3 có cùng số dư r_2 và 1 số chia cho 3 có số dư r_3. Trong đó r_1, r_2, r_3 là 3 số đôi một khác nhau và $r_1 + r_2 + r_3 = 3$. Khi đó, chọn ra 3 số gồm: 1 số chia cho 3 có số dư r_1, 1 số chia cho 3 có số dư r_2 và 1 số chia cho 3 có số dư r_3. Tổng của 3 số đó chia hết cho 3. Trường hợp 2: Có ít nhất 3 số khi chia cho 3 có cùng số dư. Khi đó, luôn lấy ra được 3 số mà khi chia cho 3 có cùng số dư. Tổng của 3 số đó chia hết cho 3.	0.5
	b. Chia tập hợp S thành 3 tập hợp con là: Tập hợp S_1 có 5 phần tử, S_2 có 5 phần tử, S_3 có 8 phần tử (S_1, S_2, S_3 đôi một không có phần tử chung).	0.25
	Theo ý a, ta có: Trong S_1 ta lấy ra được 3 phần tử có tổng chia hết cho 3. Kí hiệu là a_1, a_2, a_3. Trong S_2 ta lấy ra được 3 phần tử có tổng chia hết cho 3. Kí hiệu là a_4, a_5, a_6. Trong S_3 ta lấy ra được 3 phần tử có tổng chia hết cho 3. Kí hiệu là a_7, a_8, a_9.	0.25
	Số phần tử còn lại của các tập hợp S_1, S_2, S_3 là: 9 phần tử. Trong 9 phần tử đó, ta lấy ra được 3 phần tử có tổng chia hết cho 3. Kí hiệu là a_{10}, a_{11}, a_{12}. Trong 6 phần tử còn lại, ta lấy ra được 3 phần tử có tổng chia hết cho 3. Kí hiệu là a_{13}, a_{14}, a_{15}.	0.25
	Giả sử $a_1 + a_2 + a_3 = 3n_1$; $a_4 + a_5 + a_6 = 3n_2$; $a_7 + a_8 + a_9 = 3n_3$; $a_{10} + a_{11} + a_{12} = 3n_4$; $a_{13} + a_{14} + a_{15} = 3n_5$ với $n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 \in \mathbb{N}$. Trong 5 số tự nhiên n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 (có thể có các số bằng nhau) ta lấy được 3 số có tổng chia hết cho 3. Không mất tính tổng quát, giả sử 3 số đó là n_1, n_2, n_3. Ta có: $n_1 + n_2 + n_3 = 3k$ ($k \in \mathbb{N}$). Khi đó $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 3(n_1 + n_2 + n_3) = 9k$ chia hết cho 9 (điều phải chứng minh).	0.25
Câu 5		

	a. Chứng minh $AH = PI$. Ta có $\begin{cases} KP \perp AH \text{ (gt)} \\ BC \perp AH \text{ (gt)} \end{cases}$ suy ra $PK \parallel BC$.	0.25
	Áp dụng Định lý Ta-lét ta có: $\frac{AK}{AB} = \frac{AP}{AH} = \frac{1}{4}$. (1)	0.25
	Theo giả thiết $\frac{HI}{AH} = \frac{1}{4}$. (2) Từ (1), (2) suy ra $AP = HI$.	0.25
	Mặt khác $PI = PH + HI$, $AH = AP + PH$ do đó $PI = AH$.	0.25
	b. Chứng minh tam giác IKC vuông tại I. Vì $\begin{cases} \angle CHA = \angle APK = 90^\circ \\ \angle PKA = \angle CAH \text{ (hai góc cĩ ng phĩ vĩ i } \angle HAB) \end{cases}$ nên tam giác APK đồng dạng với tam giác CHA (g.g) suy ra $\frac{PK}{AH} = \frac{AK}{AC} \Rightarrow \frac{PK}{PI} = \frac{AK}{AC}$.	0.25
	Vì $\begin{cases} \frac{PK}{PI} = \frac{AK}{AC} \\ \angle CAK = \angle IPK = 90^\circ \end{cases}$ nên tam giác ACK đồng dạng với tam giác PIK.	0.25
	Suy ra $\angle ACK = \angle PIK = \angle AIK$. Suy ra tứ giác $ACIK$ nội tiếp được trong một đường tròn.	0.25
	Ta có $\angle CAK + \angle CIK = 180^\circ$. Mặt khác $\angle CAK = 90^\circ$ nên $\angle CIK = 90^\circ$.	0.25
Câu 6		
	a. Ta có $\angle NCE = \angle NCA = \angle ABC = \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{AC}$ (1)	0.5
	Vì $\angle BFC = \angle BEC = 90^\circ$ nên tứ giác $BCEF$ nội tiếp được trong một đường tròn.	0.25

	Suy ra $NEC = FBC = ABC.$ (2)	
	Từ (1) và (2) suy ra $NEC = NCE$, từ đó ta có tam giác NEC cân tại N .	0.25
	b. Do tam giác NEC cân tại N nên $NC = NE$. Vì $\begin{cases} PNC = KNC \\ NCP = NKC = \frac{1}{2} \angle PC$ nên tam giác NPC đồng dạng với tam giác NCK .	0.25
	Suy ra $\frac{NC}{NK} = \frac{NP}{NC} \Leftrightarrow NC^2 = NP \cdot NK \Leftrightarrow NE^2 = NP \cdot NK \Leftrightarrow \frac{NE}{NP} = \frac{NK}{NE}$.	
	Vì $\begin{cases} PNE = KNE \\ \frac{NE}{NP} = \frac{NK}{NE} \end{cases}$ nên tam giác NPE đồng dạng với tam giác NEK . Suy ra $NPE = NEK$.	0.25
	Suy ra $KPE = KEF$. Do đó $KEF = KPB = KAB = KAF$. Suy ra tứ giác $AEFK$ nội tiếp được trong một đường tròn. Do đó K là một giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF với đường tròn (O) . (3)	0.25
	Giả sử MQ cắt đường tròn (O) tại H . Chứng minh tương tự, ta suy ra được tứ giác $AEFH$ nội tiếp được trong một đường tròn. Suy ra H là một giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF với đường tròn (O) . (4) Từ (3) và (4) suy ra $H \equiv K$, hay M, Q, K thẳng hàng.	0.25
	ĐIỂM TOÀN BÀI	10,0

---- Hết----