

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS
TỈNH QUẢNG NAM NĂM HỌC 2024-2025

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (4,5 điểm)

a) Cho biểu thức $A = \frac{2x - 8\sqrt{x} + 3}{x + \sqrt{x} - 6} + \frac{\sqrt{x - 2\sqrt{x} + 1}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$, với $x > 4$.

Rút gọn biểu thức A và tìm tất cả các số nguyên x thỏa mãn $A \geq \frac{x - \sqrt{x}}{12}$.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^3 + \frac{x^2}{2} + 2xy - 2x + y - 4 = 0$.

Câu 2. (4,5 điểm)

a) Giải phương trình $\frac{3x}{\sqrt{3x+1}+1} = \sqrt{x+4}$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x+1)(2y+1) + x + 2 = 0 \\ 4xy^2 + 4y^2 + 4xy - x - 2y - 6 = 0 \end{cases}$$

Câu 3. (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) có ba đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H .

Đường tròn đường kính AC cắt đoạn thẳng BH tại M . Trên đoạn thẳng HC lấy điểm N sao cho $AM = AN$.

a) Chứng minh $EB.EH = ED.EF$.

b) Chứng minh N thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD .

Câu 4. (4,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) có hai đường cao AE, BD cắt nhau tại H . Đường trung trực của đoạn thẳng DH cắt AE tại M , cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD tại P và Q (P nằm giữa M và Q).

a) Chứng minh MD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD .

b) Chứng minh $APM + AQM = CBD$.

c) Đường thẳng AQ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD tại F (F khác Q). Chứng minh $APB = FPB$.

Câu 5. (4,0 điểm)

a) Cho p là số nguyên tố. Tìm tất cả các số nguyên dương b sao cho nghiệm của phương trình bậc hai $x^2 - bx + bp = 0$ là số nguyên.

b) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xy\left(x^2 + y^2 - \frac{1}{z}\right) + yz\left(y^2 + z^2 - \frac{1}{x}\right) + zx\left(z^2 + x^2 - \frac{1}{y}\right)$.

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
- Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.
- Họ và tên thí sinh : ; Số báo danh :

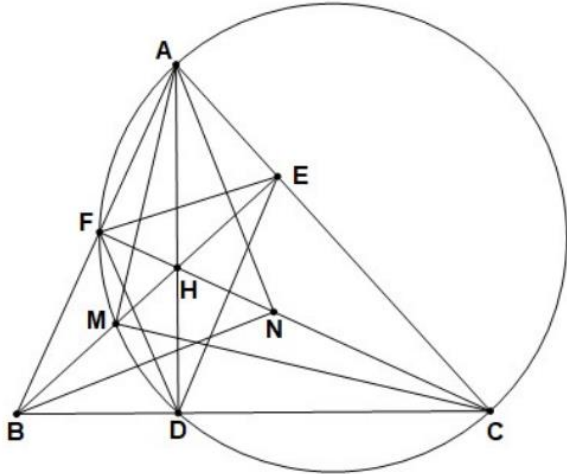
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS
TỈNH QUẢNG NAM NĂM HỌC 2024-2025

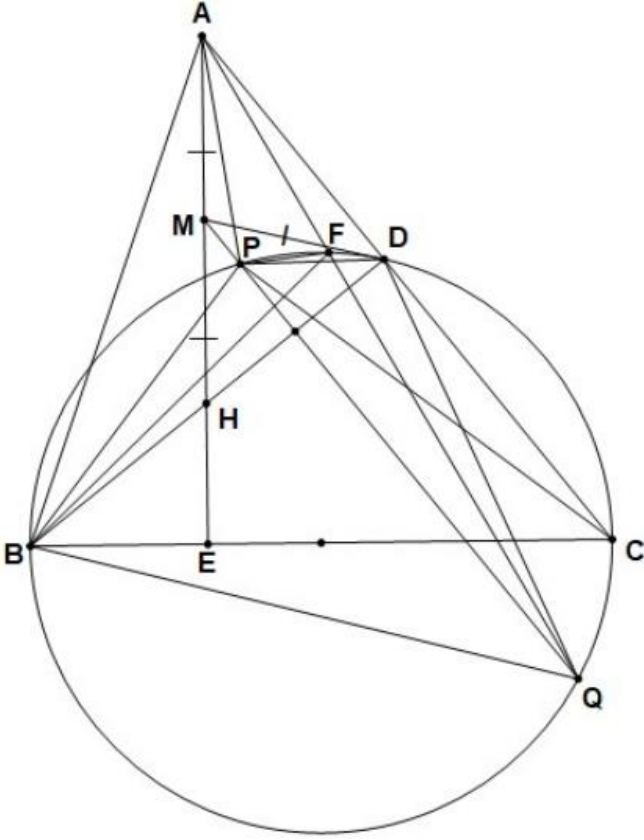
HDC CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (4,5 đ)	a) Cho biểu thức $A = \frac{2x-8\sqrt{x}+3}{x+\sqrt{x}-6} + \frac{\sqrt{x-2\sqrt{x}+1}}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$, với $x > 4$. Rút gọn biểu thức A và tìm tất cả các số nguyên x thỏa mãn $A \geq \frac{x-\sqrt{x}}{12}$.	2,5
	Ta có: $\frac{2x-8\sqrt{x}+3}{x+\sqrt{x}-6} = \frac{2x-8\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}$ và $\frac{\sqrt{x-2\sqrt{x}+1}}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{(\sqrt{x}-1)^2}}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$	0,5
	$A = \frac{2x-8\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$	
	$= \frac{2x-8\sqrt{x}+3+(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)-2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
	$= \frac{2x-8\sqrt{x}+3+x+3\sqrt{x}-\sqrt{x}-3-2x+4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
	$= \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$	0,5
	$A \geq \frac{x-\sqrt{x}}{12} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \geq \frac{x-\sqrt{x}}{12} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+3} \geq \frac{\sqrt{x}-1}{12}$	0,25
	$\Leftrightarrow 12 \geq (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3) \Leftrightarrow x+2\sqrt{x}-15 \leq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+5) \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-3 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 9$.	0,5
	Kết hợp với $x > 4$ suy ra các số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán là: 5; 6; 7; 8; 9.	
	b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^3 + \frac{x^2}{2} + 2xy - 2x + y - 4 = 0$.	2,0
	Giả sử tồn tại cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^3 + \frac{x^2}{2} + 2xy - 2x + y - 4 = 0$ (1).	
	$(1) \Leftrightarrow 2x^3 + x^2 + 4xy - 4x + 2y - 8 = 0$ $\Leftrightarrow x^2(2x+1) + 2y(2x+1) - 2(2x+1) = 6$	0,25
	$\Leftrightarrow (2x+1)(x^2+2y-2) = 6$.	0,25
	Suy ra số nguyên $2x+1$ là ước của 6. Do $2x+1$ không chia hết cho 2 nên $2x+1 \in \{3; -3; 1; -1\}$.	0,25
	Trường hợp 1: $\begin{cases} 2x+1=3 \\ x^2+2y-2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 2y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{3}{2} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ (loại).	0,25

	Trường hợp 2: $\begin{cases} 2x+1=-3 \\ x^2+2y-2=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ 2y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$ (thỏa mãn (1)).	0,25
	Trường hợp 3: $\begin{cases} 2x+1=1 \\ x^2+2y-2=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=4 \end{cases}$ (thỏa mãn (1)).	0,25
	Trường hợp 4: $\begin{cases} 2x+1=-1 \\ x^2+2y-2=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ 2y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=\frac{-5}{2} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ (loại).	0,25
	Vậy có hai cặp số nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán: $(x; y) = (-2; -2)$, $(x; y) = (0; 4)$.	0,25
Câu 2 (4,5 đ)	a) Giải phương trình $\frac{3x}{\sqrt{3x+1}+1} = \sqrt{x+4}$ (1).	2,0
	Điều kiện: $\begin{cases} 3x+1 \geq 0 \\ x+4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{3}$.	0,25
	Phương trình (1) tương đương với $\frac{(\sqrt{3x+1})^2 - 1^2}{\sqrt{3x+1}+1} = \sqrt{x+4}$ $\Leftrightarrow \frac{(\sqrt{3x+1}+1)(\sqrt{3x+1}-1)}{\sqrt{3x+1}+1} = \sqrt{x+4}$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1}-1 = \sqrt{x+4}$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1} = \sqrt{x+4}+1 \Leftrightarrow (\sqrt{3x+1})^2 = (\sqrt{x+4}+1)^2 \Leftrightarrow \sqrt{x+4} = x-2$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x+4 = (x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2-5x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \begin{cases} x=0 \\ x=5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \end{cases}$ (nhận).	0,5
	Vậy phương trình có nghiệm là $x=5$.	0,25
	b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+1)(2y+1)+x+2=0 \\ 4xy^2+4y^2+4xy-x-2y-6=0 \end{cases}$ (1).	2,5
	Hệ PT (1) tương đương với $\begin{cases} 2(x+1)(2y+1)+(x+1)+1=0 \\ (4xy^2+4y^2)+(4xy+4y)+(x+1)-2x-6y-7=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x+1)(2y+1)+(x+1)+1=0 \\ 4y^2(x+1)+4y(x+1)+(x+1)-2(x+1)-3(2y+1)-2=0 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x+1)(2y+1)+(x+1)+1=0 \\ (x+1)(2y+1)^2-2(x+1)-3(2y+1)-2=0 \end{cases}$	0,25
	Đặt $a = x+1, b = 2y+1$, ta có hệ: $\begin{cases} 2ab+a+1=0 \\ ab^2-2a-3b-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2ab+(a+1)=0 \\ ab^2-2(a+1)-3b=0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2ab+a+1=0 \\ ab^2+4ab-3b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2ab+a+1=0 \\ \begin{cases} b=0 \\ ab+4a-3=0 \end{cases} \end{cases}$	0,25

	$\begin{cases} 2ab + a + 1 = 0 \\ b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ (thỏa mãn (1)).}$	0,5
	$\begin{cases} 2ab + a + 1 = 0 \\ ab + 4a - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn (1)).}$	0,5
	Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm $\begin{cases} x = -2 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$.	0,25
Câu 3 (3,0 đ)	Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) có ba đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H . Đường tròn đường kính AC cắt đoạn thẳng BH tại M . Trên đoạn thẳng HC lấy điểm N sao cho $AM = AN$.	3,0
	a) Chứng minh $EB \cdot EH = ED \cdot EF$.	1,5
		0,25
	Ta có: $BED = BAD$ (vì tứ giác $ABDE$ nội tiếp), $FEH = BAD$ (vì tứ giác $AEHF$ nội tiếp).	0,25
	Suy ra $BED = FEH$ (1).	0,25
	Ta có: $EBD = EFH$ (2) (vì tứ giác $BCEF$ nội tiếp).	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $\triangle EBD$ và $\triangle EFH$ đồng dạng.	0,25
	Do đó $\frac{EB}{EF} = \frac{ED}{EH} \Leftrightarrow EB \cdot EH = ED \cdot EF$.	0,25
	b) Chứng minh N thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD .	1,5
	Ta có: $AN^2 = AM^2 = AE \cdot AC$ (3) (vì $\triangle AMC$ vuông tại M có đường cao ME).	0,25
	Ta có: $EAF = BAC$, $AEF = ABC$ (vì tứ giác $BCEF$ nội tiếp) Suy ra $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ đồng dạng.	0,25
	Do đó $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \Leftrightarrow AE \cdot AC = AF \cdot AB$	0,25
	Từ (3) và (4) suy ra $AN^2 = AF \cdot AB \Rightarrow \frac{AN}{AB} = \frac{AF}{AN}$.	0,25
	Lại có $NAB = FAN$ nên $\triangle ABN$ và $\triangle ANF$ đồng dạng, suy ra $ANB = AFN = 90^\circ$.	0,25
	Do đó N thuộc đường tròn đường kính AB , hay N thuộc đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABD$.	0,25

	Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) có hai đường cao AE, BD cắt nhau tại H . Đường trung trực của đoạn thẳng DH cắt AE tại M , cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD tại P và Q (P nằm giữa M và Q).	4,0
	a) Chứng minh MD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD .	1,5
Câu 4 (4,0 đ)		0,25
	Hình vẽ phục vụ câu a).	
	Vì M thuộc đường trung trực của đoạn thẳng DH và $\triangle ADH$ vuông tại D nên $MD = MH = MA = \frac{AH}{2}$. Suy ra $MDH = MHD$ (1).	0,5
	Vì tứ giác $CDHF$ nội tiếp nên $BCD = MHD$	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $MDH = BCD$ hay $MDB = BCD = \frac{1}{2} \text{sđ} DPB$. Hơn nữa, cung bị chắn bởi dây DB là DPB nằm bên trong góc MDB . Vậy MD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD .	0,5
	b) Chứng minh $APM + AQM = CBD$.	1,5
	Ta có: $MDP = MQD$ (vì MD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$) $DMP = QMD$ Suy ra $\triangle MPD$ và $\triangle MDQ$ đồng dạng.	0,5
	Do đó $\frac{MP}{MD} = \frac{MD}{MQ}$, mà $MD = MA$ nên $\frac{MP}{MA} = \frac{MA}{MQ}$.	0,25
	Ta lại có $PMA = AMQ$ nên $\triangle PMA$ và $\triangle AMQ$ đồng dạng, suy ra $PAM = AQM$.	0,25
	Do đó $APM + AQM = APM + PAM = HMQ$ $= 90^\circ - MHD = 90^\circ - EHB = CBD$	0,25

	c) Đường thẳng AQ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD tại F (F khác Q). Chứng minh $APB = FPB$.	1,0
	Hình vẽ phục vụ câu c)	0,25
	$APB + AQB = APM + MPB + AQM + MQB$ $= (APM + AQM) + MPB + MQB$ $= CBD + 180^\circ - QPB + PQB$ $= CBD + 180^\circ - QDB + PCB$.	0,25
	$= CBD + 180^\circ - (90^\circ - QDC) + (BCD - DCP)$ $= CBD + 180^\circ - (90^\circ - DQP) + (BCD - DQP)$ $= CBD + 90^\circ + BCD = 180^\circ$.	0,25
	Vì tứ giác $BPFQ$ nội tiếp nên $FPB + AQB = 180^\circ$. Từ (3) và (4) suy ra $APB = FPB$.	0,25
Câu 5 (4,0 đ)	a) Cho p là số nguyên tố. Tìm tất cả các số nguyên dương b sao cho nghiệm của phương trình bậc hai $x^2 - bx + bp = 0$ là số nguyên.	2,0
	Giả sử tồn tại số nguyên dương b để phương trình $x^2 - bx + bp = 0$ có hai nghiệm nguyên x_1, x_2 . Ta có: $x_1 + x_2 = b, x_1 x_2 = bp$. Vì $b, p > 0$ nên $x_1 > 0, x_2 > 0$.	0,25
	Vì p là số nguyên tố nguyên tố và $x_1 x_2 = bp$ nên $x_1 : p$ hoặc $x_2 : p$.	0,25
	Giả sử $x_1 : p \Rightarrow x_1 = pc$ (c nguyên dương); $x_2 = b - x_1 = b - pc$ $x_1 x_2 = bp \Leftrightarrow pc(b - pc) = bp \Leftrightarrow c(b - pc) = b \Leftrightarrow b(c - 1) = pc^2$ $\Rightarrow b = \frac{pc^2}{c - 1}$ (2) (với $c > 1$, vì $c = 1$ không thỏa mãn (1))	0,5
	Ta có: $(c, c - 1) = 1 \Rightarrow (c^2, c - 1) = 1$, mà $pc^2 : (c - 1)$ nên $p : (c - 1)$. Do p là số nguyên tố nên $c - 1 = 1$ hoặc $c - 1 = p$.	0,25
	- Với $c - 1 = 1 \Leftrightarrow c = 2$, thay vào (2) ta được $b = 4p$. Thử lại: phương trình $x^2 - 4px + 4p^2 = 0$ có nghiệm kép $x_1 = x_2 = 2p \in \mathbb{N}^*$.	0,25
	- Với $c - 1 = p \Leftrightarrow c = p + 1$, thay vào (2) ta được $b = c^2 = (p + 1)^2$. Thử lại: phương trình $x^2 - (p + 1)^2 x + p(p + 1)^2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = p + 1 \in \mathbb{N}^*, x_2 = p(p + 1) \in \mathbb{N}^*$.	0,25
	Vậy $b = 4p$ hoặc $b = (p + 1)^2$.	0,25
	b) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xy\left(x^2 + y^2 - \frac{1}{z}\right) + yz\left(y^2 + z^2 - \frac{1}{x}\right) + zx\left(z^2 + x^2 - \frac{1}{y}\right)$.	2,0
	$P = xy(x^2 + y^2) + yz(y^2 + z^2) + zx(z^2 + x^2) - \left(\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}\right)$	0,25
	• Xét $M = xy(x^2 + y^2) + yz(y^2 + z^2) + zx(z^2 + x^2)$:	0,25

Ta có: $(x - y)^4 \geq 0 \Leftrightarrow x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4 \geq 0$ (1). $xy(x - y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^3y - 2x^2y^2 + xy^3 \geq 0$ (2) Cộng vế theo vế (1) và (2), ta được: $x^4 - 3x^3y + 4x^2y^2 - 3xy^3 + y^4 \geq 0$. $\Leftrightarrow x^4 + 4x^2y^2 + y^4 \geq 3xy(x^2 + y^2)$ (3). Đẳng thức xảy ra khi $x = y$.	
Tương tự: $y^4 + 4y^2z^2 + z^4 \geq 3yz(y^2 + z^2)$ (4). Đẳng thức xảy ra khi $y = z$. $z^4 + 4z^2x^2 + x^4 \geq 3zx(z^2 + x^2)$ (5). Đẳng thức xảy ra khi $z = x$.	0,25
Cộng vế theo vế (3), (4) và (5), ta được: $2(x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2y^2 + 2y^2z^2 + 2z^2x^2) \geq 3[xy(x^2 + y^2) + yz(y^2 + z^2) + zx(z^2 + x^2)]$ $\Leftrightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2)^2 \geq 3M$ $\Leftrightarrow M \leq \frac{2 \cdot 3^2}{3} = 6. \text{ Đẳng thức xảy ra khi } x = y = z = 1.$	0,25
• Xét $N = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$: Ta có: $N^2 = \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x^2$	0,25
Ta lại có: $\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 \geq \frac{xy}{z} \cdot \frac{yz}{x} + \frac{yz}{x} \cdot \frac{zx}{y} + \frac{zx}{y} \cdot \frac{xy}{z} = y^2 + z^2 + x^2$ (Áp dụng BĐT $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$)	0,25
Suy ra $N^2 \geq 3y^2 + 3z^2 + 3x^2 = 3(x^2 + y^2 + z^2) = 3 \cdot 3 = 9 \Rightarrow N \geq 3$. Đẳng thức xảy ra khi $\frac{xy}{z} = \frac{yz}{x} = \frac{zx}{y} \Leftrightarrow x = y = z = 1$.	0,25
Do đó $P = M - N \leq 6 - 3 = 3$. $P = 3$ xảy ra khi $M = 6$ và $N = 3$, hay $x = y = z = 1$. Vậy giá trị lớn nhất của P là 3, đạt được khi $x = y = z = 1$.	0,25

Một cách khác chứng minh $APB + AQB = 180^\circ$ như sau:

Ta có: $DBP = DCP = DQP = CDQ = CBQ = CPQ$ (vì $PQ \parallel CD$)

$MPB = PBQ + PQB$ (vì MPB là góc ngoài của tam giác BPQ)

$APM + AQM = CBD$ (theo kết quả câu b)

$$\begin{aligned}
APB + AQB &= APM + MPB + AQM + MQB \\
&= (APM + AQM) + MPB + MQB \\
&= CBD + PBQ + PQB + PCB \\
&= CBD + PBD + DBC + CBQ + PCB + PCB \\
&= 2CBD + PCD + PCD + 2PCB \\
&= 2(CBD + PCD + PCB) \\
&= 2(CBD + BCD) \\
&= 2.90^\circ = 180^\circ.
\end{aligned}$$

-----HẾT-----

Ghi chú: Nếu học sinh có cách giải khác đúng thì Ban Giám khảo thảo luận và thống nhất thang điểm cho phù hợp với Hướng dẫn chấm.