

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH GIA LAI**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC 2023 - 2024**

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm có 01 trang)

Môn: **TOÁN** (chuyên)
Thời gian: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1 (2,0 điểm).

a) Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 2m - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 16$.

b) Cho biểu thức $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{x\sqrt{x}}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$. Tìm x để $P = \frac{1}{3}$.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Chứng minh tổng $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 102^3 + 103^3 + 104^3$ chia hết cho 7.

b) Cho $P(x) = x^{81} + ax^{57} + bx^{41} + cx^{19} + 2x + 1$ và $Q(x) = x^{81} + ax^{57} + bx^{41} + cx^{19} + dx + e$ với a, b, c, d, e là các số thực. Biết $P(x)$ chia cho $(x-1)$ thì số dư là 5 và chia cho $(x-2)$ thì số dư là -4. Đồng thời $Q(x)$ chia hết cho $(x-1)(x-2)$. Hãy xác định các hệ số d, e .

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x(y+2) + 2 = 5y \\ (xy-1)^2 + 3(1-y^2) = 0 \end{cases}$$

Câu 4 (2,0 điểm). Bạn Tuấn lập kế hoạch tiết kiệm tiền để mua một cái laptop phục vụ cho việc học tập như sau: Hằng tháng, Tuấn tiết kiệm các khoản chi tiêu cá nhân để dành ra một triệu đồng. Vào ngày 01 hằng tháng Tuấn gửi vào tài khoản tiết kiệm của mình một triệu đồng và bắt đầu gửi vào ngày 01 tháng 7 năm 2023 để hưởng lãi suất 0,5%/tháng theo hình thức lãi kép (nghĩa là tiền lãi của tháng trước được cộng vào vốn để tính lãi cho tháng sau) và duy trì việc này liên tục trong 3 năm. (Biết tài khoản ban đầu của Tuấn là 0 đồng và hằng tháng Tuấn không rút vốn, lãi).

a) Tính số tiền tiết kiệm Tuấn có được trong tài khoản tính đến ngày 02/8/2023.

b) Tính đến ngày 02/10/2023 thì số tiền trong tài khoản tiết kiệm của Tuấn là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

c) Hãy đề xuất công thức tính tổng số tiền trong tài khoản tiết kiệm sau kỳ gửi tháng thứ n (n là số tự nhiên, $n \geq 3$). Sử dụng công thức đó để tính số tiền Tuấn có được trong tài khoản tính đến ngày 02/7/2026.

Câu 5 (3,0 điểm). Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là tiếp điểm), cát tuyến MCD không đi qua tâm O , $MD > MC$.

a) Chứng minh rằng $MA^2 = MC \cdot MD$.

b) Gọi H là giao điểm của MO và AB . Chứng minh rằng tứ giác $CHOD$ nội tiếp.

c) Tìm vị trí của điểm D trên đường tròn (O) để tam giác MAD có diện tích lớn nhất.

-----HẾT-----

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH GIA LAI**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG,
NĂM HỌC 2023 - 2024**

(Gồm có 05 trang)

**ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM
MÔN TOÁN (chuyên)**

A. Hướng dẫn chấm

- Thí sinh làm bài theo cách riêng của mình mà vẫn đáp ứng các yêu cầu của đáp án thì giám khảo cân nhắc mức độ bài làm, đối chiếu với yêu cầu đề thi và đáp án để cho điểm một cách hợp lý.
- Việc chi tiết hóa điểm số (nếu có) tuyệt đối không làm thay đổi thang điểm của từng câu và toàn bài. Có thể chia nhỏ điểm thành phần nhưng không được nhỏ hơn 0,1 điểm.
- Điểm toàn bài sau khi chấm xong không làm tròn.
- Học sinh có các cách diễn đạt khác nhau nhưng thể hiện đúng nội dung thì vẫn cho điểm tối đa.

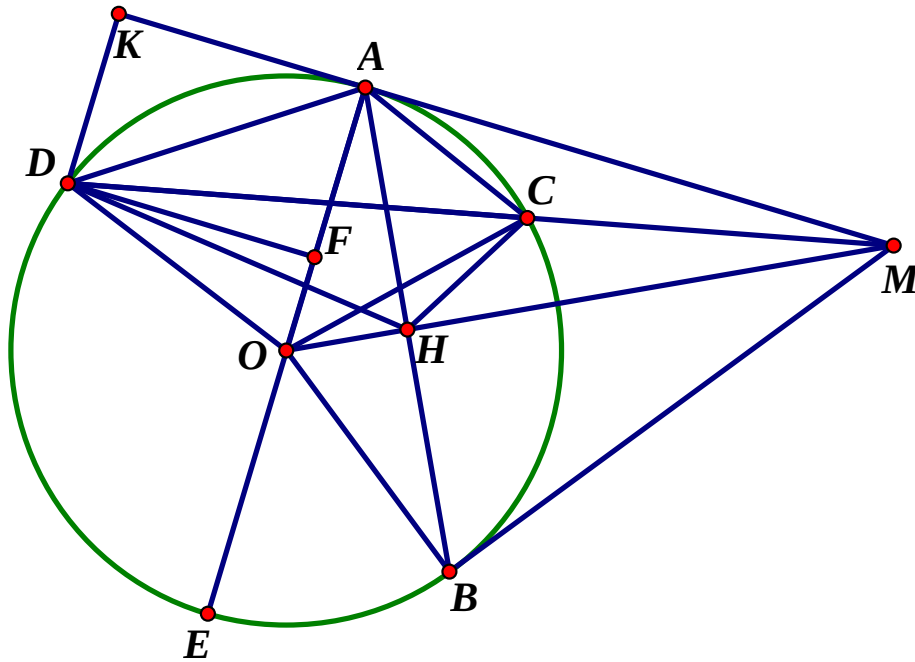
B. Đáp án và thang điểm

Câu	Đáp án	Điểm
1a	Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 2m - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 16$.	
	Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - m^2 - 2m + 3 > 0 \Leftrightarrow 4 > 0, \forall m$	0,25
	Với x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình, áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 2m - 3 \end{cases}$	0,25
	Khi đó: $x_1^2 + x_2^2 = 16$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 16$ $\Leftrightarrow [-2(m+1)]^2 - 2(m^2 + 2m - 3) = 16$ $\Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 4 - 2m^2 - 4m + 6 = 16$ $\Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 6 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$. Vậy $m \in \{-3; 1\}$.	0,25
1b	Cho biểu thức $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{x\sqrt{x}}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$. Tìm x để $P = \frac{1}{3}$.	
	Với điều kiện $x > 0, x \neq 4$ ta có: $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{x\sqrt{x}}{x-4} = \frac{2(\sqrt{x}+2) - (\sqrt{x}-2)^2}{x-4} : \frac{x\sqrt{x}}{x-4}$	0,25

	$= \frac{2\sqrt{x} + 4 - x + 4\sqrt{x} - 4}{x - 4} \cdot \frac{x - 4}{x\sqrt{x}} = \frac{6\sqrt{x} - x}{x\sqrt{x}}$	0,25
	$= \frac{6 - \sqrt{x}}{x}$	0,25
	$P = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{6 - \sqrt{x}}{x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x + 3\sqrt{x} - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 3 \\ \sqrt{x} = -6(L) \end{cases} \Leftrightarrow x = 9(TM).$	0,25
2a	Chứng minh tổng $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 102^3 + 103^3 + 104^3$ chia hết cho 7.	
	Ta có: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 102^3 + 103^3 + 104^3$ $= (1^3 + 104^3) + (2^3 + 103^3) + (3^3 + 102^3) + \dots + (52^3 + 53^3)$	0,25
	$= 105.A_1 + 105.A_2 + 105.A_3 + \dots + 105.A_{52}$ (Với $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{52}$ là các số tự nhiên)	0,25
	$= 105.(A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_{52})$	0,25
	$= 7.15.(A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_{52}) : 7$	0,25
2b	Cho $P(x) = x^{81} + ax^{57} + bx^{41} + cx^{19} + 2x + 1$ và $Q(x) = x^{81} + ax^{57} + bx^{41} + cx^{19} + dx + e$, với a, b, c, d, e là các số thực. Biết $P(x)$ chia cho $(x-1)$ thì số dư là 5 và chia cho $(x-2)$ thì số dư là -4. Đồng thời $Q(x)$ chia hết cho $(x-1)(x-2)$. Hãy xác định các hệ số d, e .	
	Ta có: $Q(x) = P(x) + (d-2)x + e - 1$ $P(1) = 5, P(2) = -4$	0,25
	$Q(1) = 0, Q(2) = 0$	0,25
	Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 5 + d + e - 3 = 0 \\ -4 + 2d + e - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d + e = -2 \\ 2d + e = 9 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} d = 11 \\ e = -13 \end{cases}$	0,25
3	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x(y+2) + 2 = 5y \\ (xy-1)^2 + 3(1-y^2) = 0 \end{cases}$	
	Ta có $\begin{cases} x(y+2) + 2 = 5y \\ (xy-1)^2 + 3(1-y^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + 2x + 2 = 5y \\ x^2y^2 - 2xy + 4 = 3y^2 \end{cases}$	0,25
	+ Với $y = 0$ thì hệ vô nghiệm	0,25

	+ Với $y \neq 0$ hệ đã cho trở thành $\begin{cases} x + \frac{2x}{y} + \frac{2}{y} = 5 \\ x^2 - \frac{2x}{y} + \frac{4}{y^2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{2}{y} + 2\frac{x}{y} = 5 \\ \left(x + \frac{2}{y}\right)^2 - 6\frac{x}{y} = 3 \end{cases}$ Đặt : $\begin{cases} a = x + \frac{2}{y} \\ b = \frac{x}{y} \end{cases}$ Khi đó, hệ trở thành $\begin{cases} a + 2b = 5 & (1) \\ a^2 - 6b = 3 & (2) \end{cases}$	
	Từ (1) ta có: $a = 5 - 2b$ (*) Thay (*) vào (2) ta được $4b^2 - 26b + 22 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = \frac{11}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} b = \frac{11}{2} \\ a = -6 \end{cases}$ + Với $\begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{2}{y} = 3 \\ \frac{x}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{2}{x} = 3 \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25
	+ Với $\begin{cases} a = -6 \\ b = \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{2}{y} = -6 \\ \frac{x}{y} = \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{11y}{2} + \frac{2}{y} = -6 \\ x = \frac{11y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y^2 + 12y + 4 = 0 & (3) \\ x = \frac{11y}{2} \end{cases}$ Phương trình (3) vô nghiệm nên hệ vô nghiệm. Vậy (1;1), (2;2) là nghiệm của hệ phương trình. (Nếu học sinh quên xét điều kiện nhưng giải đúng hoàn toàn thì trừ 0,25 điểm toàn bài).	0,25
4	Bạn Tuấn lập kế hoạch tiết kiệm tiền để mua một cái laptop phục vụ cho việc học tập như sau: Hằng tháng, Tuấn tiết kiệm các khoản chi tiêu cá nhân để dành ra một triệu đồng. Vào ngày 01 hằng tháng Tuấn gửi vào tài khoản tiết kiệm của mình một triệu đồng và bắt đầu gửi vào ngày 01 tháng 7 năm 2023 để hưởng lãi suất 0,5%/tháng theo hình thức lãi kép (nghĩa là tiền lãi của tháng trước được cộng vào vốn để tính lãi cho tháng sau) và duy trì việc này liên tục trong 3 năm. (Biết tài khoản ban đầu của Tuấn là 0 đồng và hàng tháng Tuấn không rút vốn, lãi).	
4a	Tính số tiền tiết kiệm Tuấn có được trong tài khoản tính đến ngày 02/8/2023.	

	Ta có: $1.000.000(1 + 0,005) + 1.000.000 = 2.005.000$ (VNĐ)	0,5
4b	Đến ngày 02/10/2023 thì số tiền trong tài khoản tiết kiệm của Tuấn là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).	
	Đến ngày 02/09/2023 số tiền có được trong tài khoản tiết kiệm là: $2.005.000(1 + 0,005) + 1.000.000 = 3.015.025$ (VNĐ)	0,5
	Đến ngày 02/10/2023 số tiền có được trong tài khoản tiết kiệm là: $1.000.000[1 + 1,005 + 1,005^2 + 1,005^3] \approx 4.030.100$ (VNĐ)	0,5
4c	Hãy đề xuất công thức tính tổng số tiền trong tài khoản tiết kiệm sau kỳ gửi tháng thứ n (n là số tự nhiên, $n \geq 3$). Sử dụng công thức đó để tính số tiền Tuấn có được trong tài khoản tính đến ngày 02/7/2026.	
	Sau kỳ gửi tháng thứ n số tiền được tính theo công thức $T_n = 1.000.000[1 + 1,005 + 1,005^2 + \dots + 1,005^n]$	0,25
	Vào ngày 02/7/2026 bạn Tuấn đã tiết kiệm được 3 năm (36 tháng). $T_{36} = 1.000.000[1 + 1,005 + 1,005^2 + \dots + 1,005^{36}]$	0,25
	Suy ra $1,005T_{36} = 1.000.000[1,005 + 1,005^2 + \dots + 1,005^{36} + 1,005^{37}]$	
	$1,005T_{36} - T_{36} = 1.000.000[1,005^{37} - 1]$ $\Rightarrow T_{36} = \frac{1.000.000[1,005^{37} - 1]}{0,005} \approx 40.532.785$ (VNĐ)	
5	Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là tiếp điểm), cát tuyến MCD không đi qua tâm O , $MD > MC$.	
5a	Chứng minh rằng $MA^2 = MC.MD$.	



	Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MDA$ có $\widehat{AMD}$ chung	0,25
	$\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (Cùng chắn $\widehat{AC}$)	0,25
	Suy ra $\triangle MAC \sim \triangle MDA$ (g-g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC.MD$	0,25
5b	Gọi H là giao điểm của MO và AB . Chứng minh rằng tứ giác $CHOD$ nội tiếp	
	Ta có: $\widehat{OAM} = 90^\circ$ (tính chất của tiếp tuyến) $MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) và $OA = OB$ $\Rightarrow OM$ là trung trực AB hay $OM \perp AB$ tại H $\Rightarrow AM^2 = MH.MO$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)	0,25
	$\Rightarrow MH.MO = MC.MD (= MA^2)$	0,25
	$\frac{MH}{MC} = \frac{MD}{MO}$ và $\widehat{DMO}$ chung $\Rightarrow \triangle MHD \sim \triangle MCO$ (c-g-c)	0,25
	$\Rightarrow \widehat{MDH} = \widehat{MOC}$ (hai góc tương ứng) hay $\widehat{CDH} = \widehat{HOC}$ $\Rightarrow$ tứ giác $DOHC$ nội tiếp đường tròn	0,25
5c	Tìm vị trí của D để tam giác MAD có diện tích lớn nhất.	
	Dựng đường cao DK của $\triangle MAD$. Khi đó $S_{\triangle MAD} = \frac{1}{2} MA.DK$	0,25

	$S_{\Delta MAD} = \frac{1}{2} MA.DK$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi DK lớn nhất (MA không đổi)	0,25
	Gọi E là điểm đối xứng với A qua O . Qua D dựng đường thẳng song song MA cắt AE tại $F \Rightarrow DK = AF$	0,25
	Khi D di chuyển trên cung lớn AB thì F di chuyển trên đường kính AE . Suy ra AF lớn nhất khi AF là đường kính hay $D \equiv F \equiv E$	0,25