

Bài 1.

1. Rút gọn biểu thức

$$A = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}}.$$

2. Giải phương trình $\frac{1}{x^3} = \frac{1}{(x+1)^3} + 4$.

3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x-1)\sqrt{y+5} = y-x+5 \\ x^2 + y^2 = 7 \end{cases}$.

Bài 2.

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2mx + 1$, m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $OI = \sqrt{10}$, với I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

2. Cho phương trình bậc hai

$$(x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) = 0$$

có nghiệm kép, trong đó x là ẩn số và a, b, c là các tham số. Chứng minh rằng $a = b = c$.

3. Cho x, y là các số thực thay đổi thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + xy = 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x^2 + y^2 - xy$.

Bài 3. Tìm tất cả các số nguyên dương a, b sao cho $a^4 + 4b^4$ là số nguyên tố.

Bài 4. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) đường kính AD . Tiếp tuyến tại D cắt đường thẳng BC tại P , đường thẳng PO cắt đường thẳng AC tại M và cắt đường thẳng AB tại N . Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC . Qua C vẽ đường thẳng song song với đường thẳng MN cắt đường thẳng AD tại E và cắt đường thẳng AB tại Q . Chứng minh rằng:

1. Bốn điểm P, O, I, D cùng nằm trên một đường tròn.

2. $\widehat{EIP} = \widehat{EDC}$

3. O là trung điểm của đoạn thẳng MN .

—HẾT—