

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH**

**ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2023-2024**

Môn thi: **TOÁN (Chung) - Đề 2**

Dành cho học sinh thi vào các lớp chuyên xã hội

Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi gồm: 01 trang)

Câu 1: (2,0 điểm)

- 1) Tính giá trị biểu thức $P = \sqrt{2024 + 2\sqrt{2023}} - \sqrt{2025 + 2\sqrt{2024}}$.
- 2) Tìm tọa độ của điểm M là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ với trục Ox .
- 3) Tính diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác vuông có cạnh huyền bằng $2\sqrt{2}cm$.
- 4) Tính thể tích của hình nón có chiều cao bằng $8cm$ và bán kính đáy bằng $6cm$.

Câu 2: (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{x + 4\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$ (với $x \geq 0$ và $x \neq 9$).

- 1) Rút gọn biểu thức P .
- 2) Tìm x để $P = 5$.

Câu 3: (2,5 điểm)

- 1) Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x + 4m - 2 = 0$ (1) (với m là tham số).
 - a) Giải phương trình (1) với $m = 0$.
 - b) Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

- 2) Giải phương trình $\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x} = \sqrt{2x+9}$.

Câu 4: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O , AD là đường cao. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của D trên AB, AC . Gọi AP là đường kính của đường tròn (O).

- 1) Chứng minh tứ giác $AEDF$ nội tiếp và $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.
- 2) Chứng minh tam giác ABC đồng dạng với tam giác AFE và AP vuông góc với EF .
- 3) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Đường tròn đường kính AH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T . Gọi K là trực tâm của tam giác BTC . Chứng minh tứ giác $AHKT$ là hình bình hành.

Câu 5: (1,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{4x+5} + 2x = \sqrt{2y+5} + y \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2 + \sqrt{y+3-x^2} \end{cases}$$

- 2) Xét hai số thực dương x, y thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{6}{y} = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 4x + y + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{42}{y}.$$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh: Họ tên, chữ ký GT 1

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH**

**HƯỚNG DẪN CHẤM THI
ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN**

Năm học: 2023 - 2024

Môn thi: TOÁN (Chung) - Đề 2

Dành cho các học sinh thi vào các lớp chuyên xã hội

(Hướng dẫn chấm gồm: 04 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1: (2,0 điểm)	1) Tính giá trị biểu thức $P = \sqrt{2024 + 2\sqrt{2023}} - \sqrt{2025 + 2\sqrt{2024}}$.	
	$P = \sqrt{(\sqrt{2023} + 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2024} + 1)^2}$	0,25
	$= \sqrt{2023} + 1 - (\sqrt{2024} + 1) = \sqrt{2023} - \sqrt{2024}$.	0,25
	2) Tìm tọa độ của điểm M là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ với trục Ox .	
	Tọa độ giao điểm là $M(-1; 0)$.	0,5
	3) Tính diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác vuông có cạnh huyền bằng $2\sqrt{2} \text{ cm}$.	
	Gọi R là bán kính của đường tròn ngoại tiếp. Từ giả thiết ta có $2R = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow R = \sqrt{2}$.	0,25
	Vậy diện tích của hình tròn là $S = \pi R^2 = 2\pi (\text{cm}^2)$.	0,25
	4) Tính thể tích của hình nón có chiều cao bằng 8 cm và bán kính đáy bằng 6 cm .	
	Thể tích của hình nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi (\text{cm}^3)$.	0,5
Câu 2: (1,5 điểm)	Cho biểu thức $P = \frac{x + 4\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$ (với $x \geq 0$ và $x \neq 9$).	
	1) Rút gọn biểu thức P .	
	$P = \frac{(\sqrt{x} + 2)^2}{\sqrt{x} + 2} + \frac{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}{\sqrt{x} - 3}$	0,5
	$= \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} + 3$	0,25
	$= 2\sqrt{x} + 5$.	0,25
	2) Tìm x để $P = 5$.	
	$P = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 0 (\text{tm})$.	0,25
Câu 3:	1) Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x + 4m - 2 = 0$ (1) (với m là tham số).	

(2,5 điểm)	a) Giải phương trình (1) với $m = 0$.	
	Với $m = 0$, phương trình (1) trở thành $x^2 - x - 2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25
	b) Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 13$.	
	Ta có $\Delta = (2m+1)^2 - 4(4m-2) = 4m^2 - 12m + 9 = (2m-3)^2 \geq 0 \forall m$.	0,25
	Áp dụng Viet $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+1 \\ x_1 x_2 = 4m-2 \end{cases}$	0,25
	Ta có $x_1^2 + x_2^2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 13 \Leftrightarrow (2m+1)^2 - 2(4m-2) = 13 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(tm) \\ m = 2(tm) \end{cases}$ Vậy $m = -1, m = 2$.	0,25
	2) Giải phương trình $\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x} = \sqrt{2x+9}$.	
	Điều kiện: $-1 \leq x \leq 4$.	0,25
	Phương trình trở thành $\Leftrightarrow x+1+2\sqrt{(x+1)(4-x)}+4-x=2x+9 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(4-x)}=x+2$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ -x^2+3x+4=x^2+4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ 2x^2+x=0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(tm) \\ x = -\frac{1}{2}(tm) \end{cases}$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = -\frac{1}{2}, x = 0$.	0,25
Câu 4: (3,0 điểm)	Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O , AD là đường cao. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của D trên AB, AC . Gọi AP là đường kính của đường tròn (O).	

1) Chứng minh tứ giác $AEDF$ nội tiếp và $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.	
Ta có $\widehat{AED} = 90^\circ$, $\widehat{AFD} = 90^\circ$	0,25
Xét tứ giác $AEDF$ có $\widehat{AED} + \widehat{AFD} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ suy ra tứ giác $AEDF$ nội tiếp.	0,25
Trong tam giác vuông ABD có DE là đường cao suy ra $AE \cdot AB = AD^2$ (1).	0,25
Trong tam giác vuông ACD có DF là đường cao suy ra $AF \cdot AC = AD^2$ (2). Từ (1) và (2) ta có $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.	0,25
2) Chứng minh tam giác ABC đồng dạng với tam giác AFE và AP vuông góc với EF .	
Do $AE \cdot AB = AF \cdot AC \Rightarrow \frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AE}$, mà $\widehat{BAC}$ chung Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle AFE$	0,25
$\Rightarrow \widehat{AEF} = \widehat{ACB}$	0,25
Ta có $\widehat{BAP} = \widehat{BCP}$	0,25
Suy ra $\widehat{AEF} + \widehat{BAP} = \widehat{ACB} + \widehat{BCP} = \widehat{ACP} = 90^\circ$ Vậy AP vuông góc với EF .	0,25
3) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Đường tròn đường kính AH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T . Gọi K là trực tâm của tam giác BTC . Chứng minh tứ giác $AHKT$ là hình bình hành.	
Ta có $AH \perp BC$, $TK \perp BC \Rightarrow AH \parallel TK$.	0,25
Do $BH \perp AC$, $PC \perp AC \Rightarrow BH \parallel PC$. Do $CH \perp AB$, $PB \perp AB \Rightarrow CH \parallel PB$. Suy ra tứ giác $BHCP$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm BC , ta có $OI = \frac{1}{2}AH$.	0,25

	Tương tự $OI = \frac{1}{2}TK$.	0,25
	$\Rightarrow AH = TK$. Vậy tứ giác $AHKT$ là hình bình hành.	0,25
Câu 5: (1,0 điểm)	1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{4x+5} + 2x = \sqrt{2y+5} + y & (1) \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2 + \sqrt{y+3-x^2} & (2) \end{cases}$	
	Điều kiện: $\begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ y \geq -\frac{5}{2} \\ y+3-x^2 \geq 0 \end{cases}$ Phương trình (1) trở thành $(\sqrt{4x+5} - \sqrt{2y+5}) + (2x - y) = 0$ $\Leftrightarrow (2x - y) \left(\frac{2}{\sqrt{4x+5} + \sqrt{2y+5}} + 1 \right) = 0 \Leftrightarrow y = 2x$	0,25
	Thay vào phương trình (2) ta được $\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2 + \sqrt{2x+3-x^2}$ Đặt $t = \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} \Rightarrow \sqrt{2x+3-x^2} = \frac{t^2 - 4}{2}$ Khi đó $t = 2 + \frac{t^2 - 4}{2} \Leftrightarrow t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases}$ Với $t = 0$ ta được $\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 0$ (vn). Với $t = 2$ ta được $\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(3-x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(tm) \\ x = 3(tm) \end{cases}$ Với $x = -1 \Rightarrow y = -2$. Với $x = 3 \Rightarrow y = 6$. Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(-1; -2), (3; 6)$.	0,25
	2) Xét hai số thực dương x, y thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{6}{y} = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4x + y + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{42}{y}$	
	Ta có $P = \left(4x + \frac{2}{x^2}\right) + \left(y + \frac{36}{y}\right) + \left(\frac{1}{x} + \frac{6}{y}\right) = \left(4x + \frac{2}{x^2}\right) + \left(y + \frac{36}{y}\right) + 2$ Mà $y + \frac{36}{y} \geq 2.6$	0,25
	$4x + \frac{2}{x^2} = 2x + 2x + \frac{2}{x^2} \geq 3.2$ Khi đó $P \geq 20$.	0,25

	Dấu bằng xảy ra khi $x = 1, y = 6$. Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 20.	
--	---	--

Chú ý:

- Nếu thí sinh làm đúng, cách giải khác với hướng dẫn chấm, phù hợp kiến thức của chương trình THCS thì tổ chấm thống nhất cho điểm thành phần đảm bảo tổng điểm như hướng dẫn quy định.
- Tổng điểm toàn bài không làm tròn.

----- HẾT -----