

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TUYÊN QUANG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 150 phút
Ngày thi: 11/03/2024

Bài 1. a) Cho số thực $x > 1$. Rút gọn biểu thức $P = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{x}}$

b) Cho hai số thực $a, b > 1$. Chứng minh rằng $\frac{a^2 - 2a + 3}{b - 1} + \frac{b^2 - 2b + 3}{a - 1} \geq 4\sqrt{2}$.

Bài 2. a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (2m - 3)x + m^2 - 3m = 0$ có hai nghiệm phân biệt cùng nhỏ hơn 6.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy - x + 2y - 3 = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 2y + 9 = (x^2 + 4x + 5)(y^2 - 2y + 3) \end{cases}$$

Bài 3. Cho tam giác ABC nhọn có $CA = CB$. Lấy điểm D sao cho ABCD là hình bình hành. Trên tia đối của tia BA lấy điểm P khác B. Gọi Q là giao điểm thứ hai của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD với đường thẳng PD (Q khác D), E là giao điểm thứ hai của đường tròn ngoại tiếp tam giác APQ với đường thẳng PC (E khác P), F là giao điểm của đường thẳng AQ và CD.

a) Chứng minh rằng $\widehat{AEC} = \widehat{ACD}$.

b) Chứng minh rằng bốn điểm C, Q, E, F cùng thuộc một đường tròn.

c) Chứng minh rằng ba điểm B, E, F thẳng hàng.

Bài 4. Cho số nguyên a thỏa mãn $a^{25} - 1$ chia hết cho 43.

Chứng minh rằng $A = a^{86} - a^{52}$ và $B = a - 1$ cùng chia hết cho 43.

Bài 5. Cho một bảng 6×6 ô vuông như hình vẽ.

a) Khi ta tô đen 19 ô tùy ý của bảng.

Chứng minh rằng có một hàng chứa ít nhất 4 ô đen và một hàng khác chứa ít nhất 3 ô đen.

b) Khi ta tô đen 9 ô tùy ý của bảng.

Chứng minh rằng có thể chọn ra 3 hàng và 3 cột chứa tất cả 9 ô đen này.

