

Câu 1. (4,5 điểm)

Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3(m^2 - 1)x + m^3 - m$ có đồ thị (C) và điểm $I(-1; 3)$.

- a) Tìm các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2022; +\infty)$.
- b) Tìm các giá trị của tham số m sao cho (C) có hai điểm cực trị, đồng thời hai điểm cực trị của (C) cùng với điểm I tạo thành một tam giác vuông tại I .

Câu 2. (4,0 điểm)

- a) Cho tam giác đều ABC . Trên mỗi cạnh AB, BC, CA lần lượt lấy 4 điểm phân biệt và không điểm nào trùng với các đỉnh A, B, C . Hỏi lập được bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó thuộc tập hợp 15 điểm đã cho (tính cả các điểm A, B, C)?
- b) Một người chọn ngẫu nhiên một số điện thoại, trong đó mỗi số có mười chữ số và ba chữ số đầu cố định là 099. Số điện thoại này được gọi là *may mắn* nếu bốn chữ số tiếp theo là các chữ số chẵn đôi một khác nhau, ba chữ số cuối là các số lẻ và tổng ba chữ số này bằng 9. Tính xác suất để người đó nhận được số điện thoại *may mắn*.

Câu 3. (5,5 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3$, $BC = 6$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Điểm M thuộc đoạn BC sao cho $BM = \frac{1}{3}BC$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng 45° .

- a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC .
- c) Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SM và SC . Chứng minh hình chóp $A.CMHK$ nội tiếp một mặt cầu. Tính bán kính mặt cầu đó.

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc $\widehat{SAC} = \alpha > 45^\circ$. Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với đường thẳng SC cắt hình chóp theo một thiết diện. Tính tỉ số diện tích của thiết diện và diện tích đáy $ABCD$ theo α .

Câu 5. (3,0 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4\left(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{y^2-x}\right) + 1 = y^2 - 2x \\ \sqrt{3y^2-5} + \sqrt{4x-3} = 2x+1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 6. (1,5 điểm)

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{3} < a, b, c < 1$. Chứng minh:

$$\log_a \left(\frac{3}{4}b - \frac{1}{4} \right) + \log_b \left(\frac{3}{4}c - \frac{1}{4} \right) + \log_c \left(\frac{3}{4}a - \frac{1}{4} \right) \geq 9.$$

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm./.

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh: