

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm).

Câu 1: Rút gọn biểu thức $P = \frac{4xy^2}{x^2 - y^2} \sqrt{\frac{x^2 - 2xy + y^2}{16x^2y^4}}$ với $x < y < 0$ ta được

- A. $P = \frac{-1}{x-y}$. B. $P = \frac{-1}{x+y}$. C. $P = \frac{1}{x-y}$. D. $P = \frac{1}{x+y}$.

Câu 2: Cho đường tròn (O) có dây cung $AB = 28$. Gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AB . Biết khoảng cách từ M đến dây AB bằng 2. Bán kính của đường tròn (O) là

- A. 40. B. 50. C. 30. D. 45.

Câu 3: Cho hình thang $ABCD$ có $A = B = 90^\circ$, $C = 60^\circ$, $AD = 3$, $DB \perp DC$. Diện tích S của hình thang $ABCD$ là

- A. $S = \frac{7\sqrt{3}}{2}$. B. $S = \frac{7\sqrt{3}}{4}$. C. $S = 14\sqrt{3}$. D. $S = 7\sqrt{3}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = (5m - 6)x - 15m + 25$ (m là tham số) có đồ thị là đường thẳng d . Gọi m_0 là giá trị của tham số m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 26$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $m_0 < -3$. B. $-3 \leq m_0 < -1$. C. $m_0 \geq 1$. D. $-1 \leq m_0 < 1$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + 8$.

Gọi A, B là các giao điểm của (d) và (P) . Tọa độ tất cả các điểm trên (P) cách đều hai điểm A, B là

- A. $\left(\frac{7}{2}; \frac{49}{4}\right), (-3; 9)$. B. $\left(-\frac{7}{2}; \frac{49}{4}\right), (-3; 9)$.
C. $\left(-\frac{7}{2}; \frac{49}{4}\right), (3; 9)$. D. $\left(\frac{7}{2}; \frac{49}{4}\right), (3; 9)$.

Câu 6: Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB và M là điểm di động trên đường tròn ($M \neq A, B$). Kẻ MH vuông góc với AB tại H . Diện tích tam giác MOH lớn nhất bằng

- A. $\frac{R^2}{4}$. B. $\frac{R^2}{6}$. C. $\frac{R^2}{3}$. D. $\frac{R^2\sqrt{2}}{4}$.

Câu 7: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x \leq 3, y \geq 0$ và $x^2 - y^2 = 2x - 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-3y+3}$ bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{14}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 8: Cho biểu thức $P = \frac{20}{10 - 5\sqrt{3}}$. Khi rút gọn P về dạng $P = a + b\sqrt{3}$, với a và b là các số nguyên, tính ab .

- A. $ab = -8$. B. $ab = 8$. C. $ab = -32$. D. $ab = 32$.

Câu 9: Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính BC , điểm A thay đổi trên nửa đường tròn (A không trùng với B và C). Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Gọi I, K lần lượt là các điểm đối xứng với H qua AB và AC . Diện tích tứ giác $BIKC$ lớn nhất bằng

- A. $\frac{3R^2}{4}$. B. $2R^2$. C. $\frac{2R^2}{3}$. D. R^2 .

Câu 10: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ (m là tham số). Số giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 - 2y = -2$ là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 11: Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và hai điểm $A(-2; 2)$, $B(4; 8)$ nằm trên (P) . Gọi M là điểm thay đổi trên (P) và có hoành độ là m ($-2 < m < 4$). Khi tam giác ABM có diện tích lớn nhất, độ dài của đoạn thẳng OM là

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{5}$. D. 0.

Câu 12: Tích các giá trị của tham số m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $y = 2x + m - 1$ bằng 1 là

- A. -4. B. 6. C. 24. D. -24.

Câu 13: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để các hàm số $y = (3 - 2m)x + \frac{5}{m} - m$ và

$y = \frac{3}{\sqrt{2m+3}}x + m^2 + 1$ cùng đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 14: Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$. Rút gọn biểu thức $Q = \frac{(b+c)\sqrt{a^2+1}}{\sqrt{(b^2+1)(c^2+1)}}$,

ta được

- A. $Q = \frac{a+b+c}{\sqrt{3}}$. B. $Q = 1$.
C. $Q = 3bc$. D. $Q = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 15: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = m + 1 \\ mx + y = 3m - 1 \end{cases}$ (m là tham số). Tổng bình phương các số nguyên m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ mà x, y đều là số nguyên là

- A. 14. B. 9. C. 13. D. 0.

Câu 16: Cho tam giác ABC cân tại A với $AB = 5$, $BC = 6$. Kẻ đường cao BH của tam giác ABC . Tỉ số $\frac{AH}{AC}$ bằng

- A. $\frac{7}{25}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{2}{7}$.

Câu 17: Cho phương trình: $x^2 + (m - 2)x - m^2 + 2m - 3 = 0$ (x là ẩn, m là tham số). Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $2|x_1| - |x_2| = 4$ (với $x_1 < x_2$) là

- A. 12 B. 3 C. 18 D. 15

Câu 18: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 \neq 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2 + 4xy + 5y^2}{x^2 + y^2}$ là

$a - \sqrt{b}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $2a + b = 19$. B. $2a + b = 17$. C. $2a + b = 8$. D. $2a + b = 14$.

Câu 19: Cho đường tròn $(O; 4\sqrt{3})$ có hai dây AB và CD vuông góc với nhau. Khi đó $AD^2 + BC^2$ bằng

- A. 80. B. 96. C. 192. D. $48\sqrt{3}$.

Câu 20: Cho phương trình $x^2 - 3(m + 1)x + 2m^2 + 5m + 2 = 0$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn $|x_1 + x_2| = 2|x_1 - x_2|$?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

II. PHẦN TỰ LUẬN (14,0 điểm).

Câu 1. (5,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $P = \frac{x-4\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+1} + \frac{1-3\sqrt{x}+x}{x^2+\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-1}{x\sqrt{x}-x+\sqrt{x}}$, với $x > 0$.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: y = (m-1)x + m - 2$ ($m \neq 1$). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2.

3. Giải phương trình $8x^3 + 26x^2 + 3\sqrt{5x+1} = 13x + 3$.

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Tìm các số nguyên dương a, b để $a^2b^2 - 4a - 4b$ là số chính phương.

2. Cho đa thức $f(x) = x^{2024} + a_{2023}x^{2023} + a_{2022}x^{2022} + \dots + a_1x + a_0$ ($a_0, a_1, \dots, a_{2023} \in \mathbb{Q}$) có $f(\sqrt{7}-2) = 20$.

Chứng minh $4f(-2-\sqrt{7}) + 3$ là một số nguyên tố.

Câu 3. (4,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ có dây BC cố định ($BC \neq 2R$). Trên cung lớn BC của đường tròn lấy điểm A sao cho $AC > AB > BC$. Đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC , tiếp xúc với các cạnh AB, AC lần lượt tại D, E . Các tia BI, CI cắt DE theo thứ tự tại M, N .

1) Chứng minh tứ giác $BIND$ là tứ giác nội tiếp.

2) Qua điểm M kẻ đường thẳng song song với AB cắt cạnh BC tại điểm P . Gọi F là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác IMN . Chứng minh $MN \cdot PF = 2MF \cdot NP$.

3) Khi điểm A di chuyển trên cung lớn BC sao cho $AC > AB > BC$, chứng minh $\frac{AB+BC+CA}{MN+MD+NE}$ không đổi.

Câu 4. (1,0 điểm) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{x^2}{\sqrt{15x^2 + 26xy + 8y^2}} + \frac{y^2}{\sqrt{15y^2 + 26yz + 8z^2}} + \frac{z^2}{\sqrt{15z^2 + 26zx + 8x^2}}.$$

----- HẾT -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Cán bộ coi thi số 1 (Họ tên và chữ ký).....

Cán bộ coi thi số 2 (Họ tên và chữ ký).....